VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG 1 (CƠ - NHIỆT)
PHẦN 1: CƠ HỌC

Cơ học nghiên cứu dạng vận động cơ (chuyển động) tức là sự chuyển đổi vị trí của các vật vĩ mô. Cơ học gồm những phần sau:

- Động học nghiên cứu những đặc trưng của chuyển động và những dạng chuyển động khác nhau.

- Động lực học nghiên cứu mối liên hệ của chuyển động với sự tương tác giữa các vật. Tĩnh học là một phần của động lực học nghiên cứu trạng thái cân bằng của các vật.

Phần cơ học được trình bày ở đây chủ yếu là những cơ sở của cơ học cổ điển của Newton; nội dung chủ yếu của nó bao gồm: các định luật cơ bản của động lực học; các định luật Newton và nguyên lý tương đối Galilê; ba định luật bảo toàn của cơ học (định luật bảo toàn động lượng, bảo toàn mômen động lượng và định luật bảo toàn năng lượng); hai dạng chuyển động cơ bản của vật rắn (chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay). Cuối cùng là phần giới thiệu về thuyết tương đối của Einstein.

Bài mở đầu

1. Đối tượng và phương pháp nghiên cứu Vật lý học

Vật lý học là một môn khoa học tự nhiên nghiên cứu các dạng vận động tổng quát nhất của thế giới vật chất, từ đó suy ra những tính chất tổng quát của thế giới vật chất, những kết luận tổng quát về cấu tạo và bản chất của các đối tượng vật chất; *mục đích* của Vật lý học là nghiên cứu những đặc trưng tổng quát về vận động và cấu tạo của vật chất.

Vật lý học nghiên cứu tính chất, bản chất, cấu tạo và sự vận động của các *vật thể* đồng thời cũng nghiên cứu tính chất, bản chất và quá trình vận động của các *trường Vật lý* (trường điện từ, trường hấp dẫn, trường lượng tử, ...).

Vật lý học trước hết là một môn *khoa học thực nghiệm.* Gần đây trong quá trình phát triển của Vật lý học, bên cạnh *phương pháp thực nghiệm truyền thống,* còn nảy sinh phương pháp *tiên đề* của môn *Vật lý Lý thuyết.*

Do mục đích là nghiên cứu các tính chất tổng quát nhất của thế giới vật chất, Vật lý học đứng về một khía cạnh nào đó có thể coi là cơ sở *của nhiều môn khoa học tự nhiên khác.*

Những kết quả của Vật lý học đã được dùng làm cơ sở để giải thích cấu tạo nguyên tử, phân tử, liên kết hoá học ... trong hoá học. Vật lý học cũng cung cấp những cơ sở để khảo sát các quá trình của sự sống. Môn kỹ thuật điện được xây dựng trên cơ sở lý thuyết điện từ trường trong Vật lý.

Vật lý học có tác dụng hết sức to lớn trong cuộc cách mạng khoa học kỹ thuật hiện nay. Nhờ những thành tựu của ngành Vật lý, cuộc cách mạng khoa học kỹ thuật đã tiến những bước dài trong các lĩnh vực sau:

- Khai thác và sử dụng những nguồn *năng lượng mới* đặc biệt là năng lượng hạt nhân.
- Chế tạo và nghiên cứu tính chất *các vật liệu mới* (siêu dẫn nhiệt độ cao, vật liệu vô định hình, các vật liệu có kích thước nang …).
- Tìm ra những quá trình *công nghệ mới* (công nghệ mạch tổ hợp, công nghệ nang …).
- Cuộc *cách mạng về tin học* và sự xâm nhập của tin học vào các ngành khoa học kỹ thuật.
- Mục đích việc học môn Vật lý trong các trường đại học kỹ thuật công nghiệp: Cho sinh viên những *kiến thức* cơ bản *về Vật lý* ở trình độ đại học.
- Cho sinh viên những *cơ sở để học và nghiên cứu* các ngành kỹ thuật.
- Góp phần rèn luyện phương pháp suy luận khoa học, tư duy logic, phương pháp nghiên cứu thực nghiệm, tác phong đối với người kỹ sư tương lai.
- Góp phần xây dựng thế giới quan khoa học duy vật biện chứng.

2. Hệ đo lường quốc tế SI, Đơn vị và thứ nguyên của các đại lượng Vật lý

+ Đơn vị Vật lý.

Đo một đại lượng Vật lý là chọn một đại lượng cùng loại làm chuẩn gọi là đơn vị rồi so sánh đại lượng phải đo với đơn vị đó, giá trị đo sẽ bằng tỷ số: đại lượng phải đo/đại lượng đơn vị.

Muốn định nghĩa đơn vị của tất cả các đại lượng Vật lý người ta chỉ cần chọn trước một số đơn vị gọi là *đơn vị cơ bản* - các đơn vị khác suy ra được từ các đơn vị cơ bản gọi là *đơn vị dẫn xuất.*

Tuỳ theo các đơn vị cơ bản chọn trước sẽ suy ra các đơn vị dẫn xuất khác nhau. Tập hợp các đơn vị cơ bản và đơn vị dẫn xuất tương ứng hợp thành một *hệ đơn vị.*

Năm 1960 nhiều nước trên thế giới đã chọn hệ đơn vị thống nhất gọi là hệ SI.

Hệ đơn vị đo lường hợp pháp của nước ta ban hành từ 1965 cũng dựa trên cơ sở

Hệ đơn vị cơ bản:

Hệ SI:

- Độ dài mét (m)
- Khối lượng kilogram (kg)
- Thời gian giây (s)
- Cường độ dòng điện ampe (A)
- Độ sáng candela (Cơ)
- Nhiệt độ (tuyệt đối) kelvin (K)
- Lượng chất moi (moi)

Đơn vị phụ:

- Góc phẳng Radian (rao)
- Góc khối Steradian (SI)

Một số đơn vị dẫn xuất:

- Diện tích Mét vuông (m^2)
- Thể tích Mét khối (m^3)
- Chu kỳ Giây (s)
- Tần số Héc (Hz)
- Vận tốc Mét trên giây (m/s)
- Gia tốc Mét trên giây bình phương (m/s^2)
- Lực Nguồn (N)
- Năng lượng Jun (J)
- Công suất Oát (W)
- Áp suất Pascal (Pa)
- Điện tích Cu lông (C)
- Hiệu điện thế Vôn (V)
- Cường độ điện trường Vôn/mét (V/m)
- Điện dung Fara (F)
- Cảm ứng từ Tesla (T)
- Từ thông Vêbe (Wb)
- Tự cảm Henry (H)

+ Thứ nguyên: Từ các đơn vị cơ bản, ta định nghĩa được các đơn vị dẫn suất. Việc định nghĩa này dựa vào một khái niệm gọi là thứ nguyên.

Thứ nguyên của một đại lượng là quy luật nêu lên sự phụ thuộc của đơn vị đo đại lượng đó vào các đơn vị cơ bản.

Để cho cách viết đơn giản ta ký hiệu:

[độ dài] = L

[thời gian] = T

[khối lượng] = M

[diện tích] = L^2

[thể tích] = L^3

[vận tốc] = LT^{-1}

[gia tốc] = LT^{-2}

[khối lượng riêng] = ML^{-3}

[lực] = MLT^{-2}

[công] = $ML^{2}T^{-2.}$

Khi viết các biểu thức, các công thức Vật lý, ta cần chú ý các quy tắc sau:

- Các số hạng của một tổng (đại số) phải có cùng thứ nguyên.
- Hai vế của cùng một công thức, một phương trình Vật lý phải có cùng thứ nguyên.

CHƯƠNG 1. ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

1.1 Chuyển động cơ học, Hệ quy chiếu

1.1.1. Định nghĩa chuyển động cơ học

Chuyển động cơ học là sự chuyển dời vị trí trong không gian của các vật hay là sự chuyển động của một bộ phận này so với bộ phận khác của cùng một vật.

Ví dụ: chuyển động của các thiên thể trên bầu trời, chuyển động của xe ô tô trên đường, chuyển động của con thoi trong một máy dệt, ...

Nói một vật *chuyển động* hay *đứng yên* thì điều đó chỉ có tính chất *tương đối* vì điều này còn phụ thuộc vào việc người quan sát đứng ở vị trí nào. Thật vậy, nếu ta đứng bên đường quan sát thì ta thấy các cây *đứng yên,* nhưng nếu ta ngồi trên một cái ô tô đang chuyển động thì ta thấy cái cây *chuyển động.* Điều tương tự xảy ra khi chúng ta quan sát các ngôi sao trên bầu trời: ta thấy quả đất đứng yên còn mặt trời, mặt trăng và các ngôi sao đều quay quanh trái đất.

Tóm lại, chuyển động có tính chất *tương đối* và phụ thuộc vào vị trí mà ở đó ta đứng quan sát chuyển động. Thực ra trong vũ trụ không có vật nào *đứng yên một cách tuyệt đối,* mọi vật đều chuyển động không ngừng. V vậy, khi nói rằng một vật chuyển động thì ta phải nói rõ là vật đó *chuyển động so với vật nào* mà ta quy ước là *đứng yên.*

1.1.2. Hệ quy chiếu

Vật hay hệ vật mà ta quy ước là *đứng yên* khi nghiên cứu chuyển động của một vật khác được gọi là *hệ quy chiếu.*

Với cùng một chuyển động nhưng trong các hệ quy chiếu khác nhau sẽ xảy ra khác nhau.

Ví dụ: xét chuyển động của một điểm M nằm trên vành xe đang chạy, nếu chọn hệ quy chiếu là xe đạp thì ta thấy chuyển động của điểm đó là chuyển động tròn đều, còn nếu hệ quy chiếu là mặt đường thì điểm M sẽ tham gia một chuyển động phức tạp là tổng hợp của hai chuyển động: chuyển động tròn đối với xe và chuyển động thăng của xe đối với mặt đường.

Khi xét một chuyển động cụ thể ta thường chọn hệ quy chiếu sao cho *chuyển động được mô tả đơn giản nhất.*

Để mô tả các chuyển động trên mặt quả đất, ta thường chọn *hệ quy chiếu là quả đất* hoặc *các vật gắn liền với quả đất.*

Ví dụ: khi nghiên cứu chuyển động của quả đạn pháo thì ta chọn hệ quy chiếu là mặt đất hay chính quả pháo.

Khi nghiên cứu chuyển động của các hành tinh thì ở hệ quy chiếu quả đất ta thấy chuyển động của các hành tinh phức tạp đến nỗi trong nhiều thế kỷ các nhà thiên văn không thể nào tìm được các quy luật chuyển động của các hành tinh. Mãi đến đầu thế kỷ 17, nhờ sử dụng hệ quy chiếu mặt trời (hệ quy chiếu Copemic), Kepler mới tìm được quy luật đúng đắn mô tả chuyển động của các hành tinh trong hệ mặt trời.

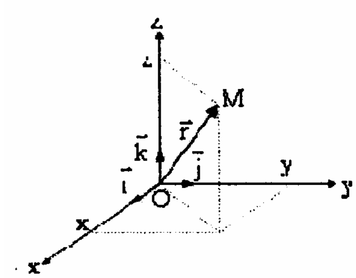
Cần chú ý rằng chuyển động tuy được mô tả khác nhau trong các hệ quy chiếu khác nhau nhưng nếu biết chuyển động tương đối của các hệ quy chiếu đối với nhau thì có thể từ cách mô tả chuyển động trong hệ quy chiếu này có thể suy ra cách mô tả chuyển động trong hệ quy chiếu kia.

Ví dụ: Khi biết chuyển động tròn đều của một điểm trên vành xe đạp và biết chuyển động của xe đạp đối với mặt đường ta có thể mô tả chuyển động của điểm trên vành xe đối với mặt đường.

Vì chuyển động xảy ra trong không gian và theo thời gian nên để mô tả chuyển động trước tiên phải tìm cách *định vị* vật trong không gian. Muốn vật ta phải đưa thêm vào hệ quy chiếu một *hệ toạ độ.* Trong Vật lý người ta sử dụng nhiều hệ toạ độ khác nhau. Ở đây, sẽ giới thiệu hai hệ toạ độ hay dùng đó là hệ toạ độ Đề-các (Descartes) và hệ toạ cầu.

a. Hệ tọa độ Descartes

Hệ toạ độ Descartes gồm 3 trục Ox, Oy, Oz tương ứng vuông góc với nhau từng đôi một, chúng tạo thành một tam diện thuận. Điểm O gọi là gốc toạ độ. Vị trí của một điểm M bất kỳ được hoàn toàn xác định bởi bán kính vectơ $\vec{r}$, hay bởi tập hợp của 3 số (x,y,z) trong đó $\vec{r}$ là hình chiếu của điểm mút M của vectơ lên các trục Ox, Oy, Oz tương ứng, được gọi là 3 toạ độ của điểm M trong hệ toạ độ Descartes.



Hình 1.1. Hệ toạ độ Descartes

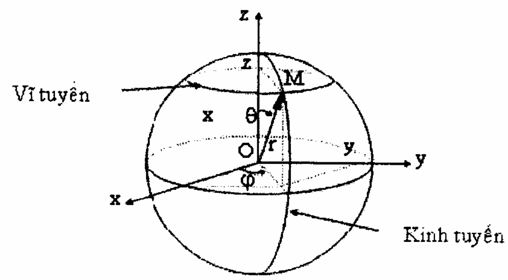
b. Hệ tọa độ cầu

Trong hệ toạ độ cầu, vị trí của một điểm M bất kỳ được xác định bởi 3 toạ độ r, θ, φ. Trong đó, r là *độ dài bán kính vectơ,* θ là góc giữa trục Oz và $\vec{r}$, còn φ là góc trục Ox và tia hình chiếu của t trong mặt phẳng xOy. Biết ba toạ độ cầu của điểm M, ta có thể tính được toạ độ Descartes của điểm M theo công thức sau:

$$\begin{cases} x = r.\sin\theta.\cos\varphi \\ y = r.\sin\theta.\sin\varphi \\ z = r.\cos\theta \end{cases}$$

Ngược lại, ta có:

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \cos\theta = \dfrac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \varphi = \mathrm{arctg}\dfrac{y}{x} \end{cases}$$



Hình 1.2. Hệ toạ độ cầu.

Trong hệ toạ độ cầu: $0 \leq \theta \leq 180^0$ và $0 \leq \varphi \leq 360^0$. Các đường tròn ứng với cùng một giá trị của e gọi là Các *đường vĩ tuyến,* còn các đường tròn ứng với cùng một giá trị của φ gọi là các *đường kinh tuyến.* Hệ toạ độ cầu rất thuận tiện khi định vị các địa điểm trên quả đất.

1.1.3. Chất điểm và Vật rắn

Để mô tả chuyển động của các hạt có kích thước, cần phải biết rõ chuyển động của mọi điểm của vật. Tuy nhiên, khi kích thước của vật là nhỏ so với khoảng cách dịch chuyển mà ta xét thì mọi điểm trên vật dịch chuyển gần như nhau, khi đó có thể mô tả chuyển động của vật như chuyển động của một điểm. Trong trường hợp này ta đã coi vật là một *chất điểm,* tức là một điểm hình học nhưng lại có khối lượng bằng khối lượng của vật (không có kích thước nhưng có khối lượng).

Ví dụ: Khi xét chuyển động của quả đất quanh mặt trời ta xem chuyển động như là chuyển động của chất điểm. Trái lại, khi xét chuyển động tự quay quanh mình của quả đất thì ta không thể xem chuyển động đó là chuyển động của một chất điểm.

Trong nhiều trường hợp nhờ có khái niệm chất điểm mà việc nghiên cứu chuyển động của các vật trở nên đơn giản hơn rất nhiều.

Một tập hợp chất điểm được gọi là *hệ chất điểm. Vật rắn* là một hệ chất điểm trong đó khoảng cách tương hỗ giữa các chất điểm của hệ không thay đổi.

1.1.4. Phương trình chuyển động và phương trình quỹ đạo của chất điểm

a. Phương trình chuyển động

Để xác định chuyển động của một chất điểm chúng ta cần biết vị trí của chất điểm tại những thời điểm khác nhau. Nói cách khác, chúng ta cần biết sự phụ thuộc theo *thời gian* của bán kính vectơ r của chất điểm:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \qquad (1.1a)$$

Phương trình này biểu diễn vị trí của chất điểm theo thời gian và gọi là *phương trình chuyển động của chất điểm.*

Trong hệ toạ độ Descartes, phương trình chuyển động của chất điểm là một hệ gồm 3 phương trình:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (1.1b)$$

Tương tự trong hệ toạ độ cầu, phương trình chuyển động của chất điểm là:

$$\begin{cases} r = r(t) \\ \theta = \theta(t) \\ \varphi = \varphi(t) \end{cases} \quad (1.1c)$$

Ví dụ: phương trình chuyển động của một chất điểm trong hệ toạ độ Descartes:

$$\begin{cases} x = A\cos\omega t \\ y = A\sin\omega t \\ z = 0 \end{cases}$$

b. Phương trình quỹ đạo

Khi chuyển động, các vị trí của chất điểm ở các thời điểm khác nhau. vạch ra trong không gian một đường cong liên tục nào đó gọi là *quỹ đạo* của chuyển động. Vậy quỹ đạo của chất điểm chuyển động là đường tạo bởi tập hợp tất cả các vị trí của nó trong không gian, trong suốt quá trình chuyển động. Phương trình mô tả đường cong quỹ đạo gọi là *phương trình quỹ đạo.*

$$f(x, y, z) = C \quad (1.2)$$

Trong đó f là một hàm nào đó của các toạ độ x, y, z và C là một hằng số.

Về nguyên tắc, nếu biết phương trình chuyển động (1.1) thì bằng cách khử tham số t ta có thể tìm được mối liên hệ giữa các toạ độ x, y, z tức là tìm phương trình quỹ đạo. Vì vậy, đôi khi người ta còn gọi phương trình chuyền động (1.1) là *phương trình quỹ đạo cho ở dạng tham số.*

Ví dụ: chuyển động của một chất điểm cho bởi phương trình

$$\begin{cases} x = A\cos\omega t \\ y = A\sin\omega t \\ z = 0 \end{cases}$$

Ta khử tham số thời gian t bằng cách sau:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = A^2(\cos^2\omega t + \sin^2\omega t) = A^2 \\ z = 0 \end{cases}$$

Ta suy ra quỹ đạo của chất điểm là một đường tròn bán kính A và tâm nằm ở gốc toạ độ. Đường tròn này nằm trong mặt phẳng xOy.

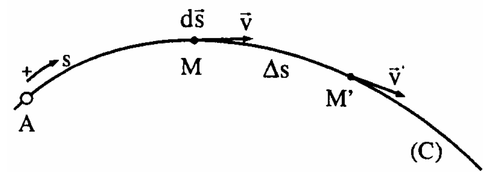
1.2. Vận tốc

Vận tốc là một đại lượng đặc trưng cho phương, chiều, và sự nhanh chậm của chuyển động.

1.2.1. Khái niệm vận tốc

Chuyển động của chất điểm trên quỹ đạo có thể lúc nhanh lúc chậm, do đó để có thể mô tả đầy đủ trạng thái nhanh hay chậm của chuyển động, người ta đưa vào một đại lượng vật lý gọi là vận tốc.

Trong đời sống hằng ngày chúng ta thường gặp khái niệm vận tốc dưới dạng thuật ngữ tốc độ.



Hình 1.3. Vectơ vận tốc.

Xét chuyển động của một chất điểm trên một đường cong (C): trên (C) ta chọn một gốc A và một chiều dương. Giả thiết tại thời điểm t, chất điểm ở vị trí M xác định bởi:

$$\overline{AM} = s$$

Tại thời điểm t' = t + Δt chất điểm ở vị trí M' xác định bởi:

$$\overline{AM} = s' = s + \Delta s$$

Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian Δt = t' - t sẽ là:

$$\overline{MM'} = s' - s = \Delta s$$

Quãng đường trung bình chất điểm đi được trong khoảng đơn vị thời gian $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ theo định nghĩa, gọi là vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian Δt, và được ký hiệu là:

$$v_{tb} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (1.3)$$

Vận tốc trung bình chỉ đặc trưng cho độ nhanh chậm trung bình của chuyển động chất điểm trên quãng đường $\overline{MM'}$; trên quãng đường này độ nhanh chậm của chuyển động chất điểm nói chung mỗi chỗ một khác nghĩa là tại mỗi thời điểm là khác nhau. Để đặc trưng cho độ nhanh chậm của chuyển động tại từng thời điểm, ta phải tính tỷ số $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ trong những khoảng thời gian vô cùng nhỏ. Theo định nghĩa: khi cho $\Delta t \to 0$ ($t' \to t$), tỷ số $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ dần tới một giới hạn, gọi là *vận tốc tức thời* (gọi tắt là *vận tốc)* của chất điểm tại thời điểm t, và được ký hiệu là:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Theo định nghĩa của đạo hàm ta có thể viết:

$$v = \frac{ds}{dt}$$

__Vậy:__ *Vận tốc của chất điểm có giá trị bằng đạo hàm quãng đường của chất điểm đối với thời gian.*

Vận tốc v cho bởi biểu thức (1.4) là một đại lượng đại số có:

- Dấu xác định chiều chuyển động: v > 0, quỹ đạo chuyển động theo chiều dương của quỹ đạo; v < 0, chất điểm chuyển động theo chiều ngược lại.
- Trị tuyệt đối của v xác định độ nhanh chậm của chuyển động tại từng thời điểm.

__Vậy:__ *Vận tốc là đại lượng vật lý đặc trưng cho chiều và độ nhanh chậm của chuyển động chất điểm.*

Để đặc trưng một cách đầy đủ về cả phương, chiều và độ nhanh chậm của chuyển động chất điểm, người ta đưa ra một vectơ gọi là *vectơ vận tốc.*

Theo định nghĩa, vectơ vận tốc tại một vị trí M là một vectơ $\vec{v}$ có phương nằm trên tiếp tuyến với quỹ đạo tại M, có chiều theo chiều chuyển động và có giá trị bằng giá trị tuyệt đối của v (hình 1.3).

$$\vec{v} = \frac{\overrightarrow{ds}}{dt} \qquad (1.5)$$

1.2.2. Vectơ vận tốc trong hệ tọa độ Descartes

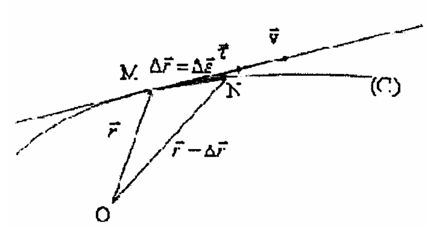
Giả thiết tại thời điểm t, vị trí chất điểm xác định bởi bán kính vectơ (hình 1.4):

$$\overline{OM} = \vec{r}$$

Ở thời điểm t + dt, vị trí chất điểm được xác định bởi bán kính vectơ:

$$\overline{ON} = \vec{r} + \Delta\vec{r}$$

Rõ ràng là khi dt vô cùng nhỏ thì vectơ chuyển rời: $\overline{MN} = \overline{ON} - \overline{MN} = \Delta\vec{r} = d\vec{r}$ có độ dài $|d\vec{r}|$ = MN $\approx \overset{\frown}{MN}$= ds



Hình 1.4. Sự tương đương của hai vectơ $d\vec{s}$ *và* $d\vec{r}$

Ngoài ra, $d\vec{r}$ và $d\vec{s}$ cùng chiều nên ta có:

$$d\vec{r} \approx d\vec{s} \qquad (1.6)$$

nghĩa là biểu thức (1.5) có thể viết thành:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad (1.7)$$

__Vậy__: vectơ vận tốc bằng đạo hàm của bán kính vectơ đối với thời gian.

Kết quả ba thành phần $\vec{V}_X, \vec{V}_Y, \vec{V}_Z$ của vectơ vận tốc $\vec{v}$ theo ba trục sẽ có độ dài đại số lần lượt bằng đạo hàm của ba thành phần tương ứng của bán kính vectơ $\vec{v}$ theo ba trục nghĩa là:

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} \end{cases} \quad (1.8)$$

Độ lớn của vận tốc sẽ được tính theo công thức:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} \quad (1.9)$$

1.3. Gia tốc

Gia tốc là một đại lượng vật lý đặc trưng cho sự biến thiên của vận tốc.

1.3.1. Định nghĩa và biểu thức của vectơ gia tốc

Trong quá trình chuyển động, vận tốc của chất điểm có thể thay đổi cả về *độ lớn* cũng như về *phương* và *chiều.* Để đặc trưng cho sự thay đổi của vận tốc theo thời gian, người ta đưa vào thêm một đại lượng vật lý mới, đó là *gia tốc.*

Giả sử sau một khoảng thời gian Δt, vận tốc của chất điểm thay đổi một lượng là $\Delta\vec{v}$ theo định nghĩa gia tốc trung bình, gia tốc trung bình $\vec{a}_{tb}$ từ trong khoảng thời gian Δt là:

$$\vec{a}_{tb} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad (1.10)$$

Ta thấy rằng muốn đặc trưng cho tđộ biến thiên của vectơ vận tốc ở từng thời điểm, ta phải xác định tỷ số $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta\vec{t}}$ trong khoảng thời gian Δt vô cùng nhỏ, nghĩa là cho $\Delta t \to 0$, ta được biểu thức của gia tốc tức thời $\vec{a}$ tại một điểm trên quỹ đạo:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{d^2t} \quad (1.11)$$

<u>Vậy</u>: *Vectơ gia tốc bằng đạo hàm của vectơ vận tốc đối với thời gian.*

Theo (1.11) và (1.8) ta có thể tính ba toạ độ của vectơ gia tốc theo ba trục toạ độ Descartes:

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = \dfrac{d^2x}{d^2t} \\ a_y = \dfrac{dv_x}{dt} = \dfrac{d^2y}{d^2t} \\ a_z = \dfrac{dv_z}{dt} = \dfrac{d^2z}{d^2t} \end{cases} \quad (1.12)$$

Độ lớn gia tốc được tính theo công thức:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2} \quad (1.13)$$

1.3.2. Gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến

Vectơ gia tốc đặc trưng cho sự biến thiên của vectơ vận tốc. Sự biến thiên này thể hiện cả về phương, chiều và độ lớn. Trong phần này ta sẽ phân tích vectơ gia tốc ra làm hai thành phần, mỗi thành phần đặc trưng cho sự biến thiên của vectơ vận tốc riêng về một mặt nào đó.

Để đơn giản, giả thiết chất điểm chuyển động trên một đường tròn tâm O, tại thời điểm t, chất điểm ở vị trí M, có vận tốc $\overline{MA}$ = v, tại thời điểm t ' = t + Δt chất điểm ở vị trí M' ($\overline{MM}$ ' = Δs), có vận tốc $\overline{M'A'} = \vec{v}\,' = \vec{v} + \Delta\vec{v}$.

Theo định nghĩa, vectơ gia tốc của chất điểm tại thời điểm t (ứng với vị trí M) là:

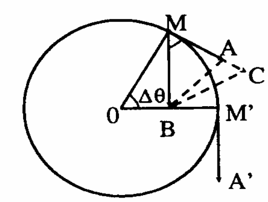
$\vec{a} = \lim_{t'\to t}\dfrac{\vec{v}}{t}$ hình (1.14)

Muốn tìm $\Delta\vec{v}$, từ M ta vẽ vectơ $\overline{MB} = \overline{M'A'}$.

Ta có:

$\Delta\vec{v} = \vec{v}\,' - \vec{v} = \overline{M'A'} - \overline{MA} = \overline{MB} - \overline{MA}$

Hay $\vec{v} = \overline{AB}$



Hình 1.5. Xác định gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến.

Lấy trên phương của $\overline{MA}$ một đoạn MC = v', theo hình vẽ ta có:

$$\Delta\vec{v} = \overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CA}$$

Thay $\Delta\vec{v}$ vào (1.14) ta được:

$$\vec{a} = \lim_{t'\to t}\frac{\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}}{\Delta t} = \lim_{t'\to t}\frac{\overrightarrow{AC}}{\Delta t} + \lim_{t'\to t}\frac{\overrightarrow{CB}}{\Delta t} \qquad (1.15)$$

Ý nghĩa cụ thể của từng thành phần trong vế phải của (1.15):

Thành phần thứ nhất được ký hiệu là:

$$\vec{a}_t = \lim_{t'\to t}\frac{\overrightarrow{AC}}{\Delta t}$$

Phương của $\vec{a}_t$ là phương của $\overline{AC}$, tức là phương của tiếp tuyến với quỹ đạo tại M: vì vậy $\vec{a}_t$ được gọi là *gia tốc tiếp tuyến.*

Chiều của $\vec{a}_t$ là chiều của $\overline{AC}$ nghĩa là cùng chiều với chuyển động khi: v' > v (vận tốc tăng), và ngược chiều với chiều chuyển động khi: v' < v (vận tốc giảm).

Độ lớn của $\vec{a}_t$ cho bởi:

$$a_t = \lim_{t'\to t}\frac{AC}{\Delta t} = \lim_{t'\to t}\frac{MC - MA}{\Delta t} = \lim_{t'\to t}\frac{v' - v}{\Delta t} = \lim_{t'\to t}\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Nghĩa là theo định nghĩa của đạo hàm:

$$a_t = \frac{dv}{dt} \qquad (1.16)$$

<u>Vậy:</u> *Gia tốc tiếp tuyến đặc trưng cho sự biến thiên của vectơ vận tốc về giá trị, vectơ này có: Phương trùng với tiếp tuyến của quỹ đạo tại điểm M, chiều là chiều* *chuyển động khi v tăng và chiều ngược lại khi v giảm, và độ lớn bằng đạo hàm độ lớn vận tốc theo thời gian.*

- *Thành phần thứ hai* trong vế phải của (1.15) là:

$$\vec{a}_n = \lim_{t'\to t} \frac{\overrightarrow{CB}}{\Delta t}$$

Phương của $\vec{a}_n$ là phương của $\overline{CB}$ khi $t' \to t$. Muốn xác định nó, ta đặt:

$$\widehat{MOM'} = \widehat{CMB} = \Delta\theta$$

Trong tam giác cân $\widehat{CMB}$:

$$\widehat{MCB} = \quad \frac{\pi - \widehat{CMB}}{2} \quad \frac{\pi}{2} \quad \frac{\Delta\theta}{2}$$

Khi t → t thì M '→ M nghĩa là Δθ → 0, do đó $\widehat{MCB} \to \frac{\pi}{2_t}$

Vậy đến giới hạn $\overline{CB}$ vuông góc với $\overline{AC}$ phương của $\vec{a}_n$ vuông góc với $\overline{AC}$, nghĩa là vuông góc với tiếp tuyến của quỹ đạo tại điểm M, hay nói cách khác phương của án là phương của pháp tuyến của quỹ đạo tại M, vì vậy $\vec{a}_n$ được gọi là *gia tốc pháp tuyến.*

Chiều của $\vec{a}_n$ là chiều của $\overline{CB}$, luôn luôn quay về tâm của vòng tròn nghĩa là quay về phía lõm của quỹ đạo, do đó $\vec{a}_n$ còn gọi là *gia tốc hướng tâm.*

Độ lớn của $\vec{a}_n$ cho bởi:

$$a_n = \lim_{t'\to t} \frac{CB}{\Delta t} \qquad (1.17)$$

$$CB = 2\overline{MC}\sin\frac{\widehat{CMB}}{2} = 2v'\sin\frac{\Delta\theta}{2} \quad (\Delta MBC \text{ cân})$$

hay $\quad CB \approx 2v'\frac{\Delta\theta}{2} = v'.\Delta\theta = v'.\widehat{MOM'} = \frac{\widehat{MM'}}{OM} = \frac{\Delta s}{R}$ (khi $t' \to t$ có $\Delta\theta$ nhỏ)

vậy (1.17) trở thành:

$$a_n = \lim_{t'\to t} \frac{v'\Delta s}{\Delta t.R} = \frac{1}{R}\lim_{t'\to t} v \times \lim_{t'\to t}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

nhưng $\qquad \lim_{t'\to t} v' = v \; ; \; \lim_{t'\to t}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = v$

Do đó, $\qquad a_n = \frac{1}{R}v.v = \frac{v^2}{R} \qquad (1.18)$

<u>Vậy:</u> *Vectơ gia tốc pháp tuyến đặc trưng cho sự biến thiên về phương của vectơ vận tốc, vectơ gia tốc này có: Phương trùng với phương pháp tuyến của quỹ đạo tại M, chiều hướng về phía lõm của quỹ đạo và có độ lớn bằng* $a_n = \frac{V_2}{R}$.

Tóm lại, ta có thể phân tích vectơ gia tốc ra làm hai thành phần:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t \qquad (1.19)$$

về độ lớn
$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2} \qquad (1.20)$$

Vectơ gia tốc tiếp tuyến đặc trưng cho sự biến thiên của vectơ vận tốc về độ lớn, còn vectơ gia tốc pháp tuyến đặc trưng cho sự biến thiên của vectơ vận tốc về phương.

Một số trường hợp đặc biệt:

- $\vec{a}_n$ luôn luôn bằng không: vectơ vận tốc không thay đổi phương, chất điểm *chuyển động thẳng.*

- a_t luôn luôn bằng không: vectơ vận tốc không thay đổi chiều và giá trị, chất điểm chuyển động cong đều.

- a luôn luôn bằng không: vectơ vận tốc không đổi về phương, chiều và giá trị, chất điểm chuyển động thẳng đều.

1.4. Một số chuyển động đơn giản của chất điểm. Bài toán ứng dụng

Ta sẽ áp dụng các kết quả thu được ở các mục trên để khảo sát một số dạng chuyển động đơn giản của chất điểm.

1.4.1. Chuyển động thẳng thay đổi đều

Chuyển động thẳng thay đổi đều là một chuyển động với vectơ gia tốc không đổi $\vec{a}$ = const. Vì là chuyển động thẳng nên $a_n = 0$, do đó:

$$a = a_t = \frac{dv}{dt} = \text{const}$$

Kết quả: Sau những khoảng thời gian bằng nhau, vận tốc thay đổi những lượng bằng nhau. Nếu trong khoảng thời gian từ 0 đến t, vận tốc biến thiên từ v_0 đến v thì theo định nghĩa của gia tốc ta có:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \text{const} \qquad (1.21)$$

Suy ra:
$$v = at + v_0 \qquad (1.22)$$

Ta có:
$$v = \frac{dv}{dt} = at + v_0$$

$$ds = (at + v_0)\,dt \qquad (1.23)$$

Giả thiết trong khoảng thời gian từ 0 đến t, chất điểm đi được quãng đường s, tích phân 2 vế của (1.23) ta được:

$$\int_0^s ds = \int_0^t (at + v_0)\,dt \rightarrow s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \qquad (1.24)$$

Khử t trong (1.22) và (1.24) ta được hệ thức thông dụng sau:

$$v^2 - v_0^2 = 2as \qquad (1.25)$$

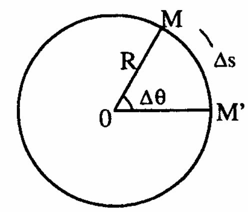
1.4.2. Chuyển động tròn

Trong chuyển động tròn, ta dùng vận tốc góc và gia tốc góc để đặc trưng cho chuyển động ấy.

a. Vận tốc góc

Giả thiết quỹ đạo là vòng tròn tâm O bán kính R

Trong khoảng thời gian Δt = t' - t giả sử chất điểm đi được quãng đường $\Delta s = \overset{\frown}{MM'}$ ứng với góc quay của bán kính $\overset{\frown}{MOM'} = \Delta\theta$ (hình 1.6). Theo định nghĩa đại lượng $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ gọi là vận tốc góc trung bình trong khoảng thời gian Δt và được ký hiệu là:



Hình 1.6. Định nghĩa vận tốc góc

$$\omega_{tb} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (1.26)$$

Giá trị của ω_{tb} biểu thị góc quay trung bình của bán kính trong đơn vị thời gian. Nếu cho $\Delta t \to 0$ theo định nghĩa $\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ gọi là vận tốc góc của chất điểm tại thời điểm t, và được ký hiệu là:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Ta có:
$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad (1.27)$$

Vậy: *Vận tốc góc có giá trị bằng đạo hàm của góc quay đối với thời gian. Vận tốc góc đo bằng radian trên giây (rad/s).*

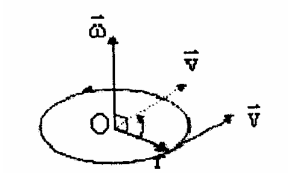
Đối với chuyển động tròn đều (ω = const), thời gian mà chất điểm đi được một vòng hay là *chu kỳ của chất điểm:*

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

và *tần số* là chu kỳ trong một đơn vị thời gian:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Người ta biểu diễn vận tốc góc bằng một vectơ $\vec{\omega}$ gọi là vectơ vận tốc góc, nằm trên trục của một vòng tròn quỹ đạo, thuận chiều đối với chiều quay của chuyển động và có giá trị bằng $\vec{a}$ (hình 1.7).



Hình 1.7. Vectơ vận tốc góc

Hệ quả 1: Liên hệ giữa vectơ vận tốc góc $\vec{\omega}$ và vectơ vận tốc dài $\vec{v}$ của chuyển động.

Ta có: $\overset{\frown}{MM'} = \Delta s = R.\Delta\theta$

Do đó: $$\frac{\Delta s}{\Delta t} = R\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Cho $\Delta t \to 0$, theo (1.4) và (1.27) ta có:

$$v = R.\ \omega \quad (1.28)$$

Theo như hình 1.7 ta thấy rằng: ba vectơ $\vec{v}, \vec{\omega}, \vec{R}$ (theo thứ tự này) tạo thành một tam diện thuận ba mặt vuông, vậy ta có:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{R}$$

<u>Hệ quả 2</u>: Liên hệ giữa a_n và ω.

Từ (1.18) và (1.28) ta suy ra

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(R\omega)^2}{R} \text{ hay } a_n = R\omega^2 \qquad (1.30)$$

b. Gia tốc góc

Giả thiết trong khoảng thời gian $\Delta t = t' - t$, vận tốc góc của chất điểm chuyển động tròn biến thiên một lượng $\Delta\omega = \omega' - \omega$, theo định nghĩa thì - là *gia tốc góc trung bình* trong khoảng thời gian Δt và được ký hiệu là:

$$\beta_{tb} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad (1.31)$$

giá trị của β_{tb} biểu thị độ biến thiên trung bình của vận tốc góc trong đơn vị thời gian.

Nếu cho $\Delta t \to 0$, khi này gia tốc góc của chất điểm tại thời điểm t là:

$$\beta = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \text{hay} \quad \beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (1.32)$$

<u>Vậy</u>: *Gia tốc góc có giá trị bằng đạo hàm của vận tốc góc đối với thời gian và bằng đạo hàm bậc hai của góc quay đối với thời gian. Gia tốc góc đo bằng radian trên giây bình phương (rad/s^2).*

Khi $\beta > 0$, ω tăng, chuyển động của chất điểm là chuyển động tròn nhanh dần.

$\beta < 0$, ω giảm, chuyển động của chất điểm là chuyển động tròn chậm dần.

$\beta = 0$, ω không đổi, chuyển động của chất điểm là chuyển động tròn đều.

$\beta = const$, chuyển động của chất điểm là chuyển động tròn thay đổi đều.

Tương tự như gia tốc và vận tốc dài, đối với gia tốc góc và vận tốc góc ta cũng có các hệ thức:

$$\omega = \beta t + \omega_0 \qquad (1.33)$$

$$\theta = \frac{1}{2}\beta t^2 + \omega_0 t \qquad (1.34)$$

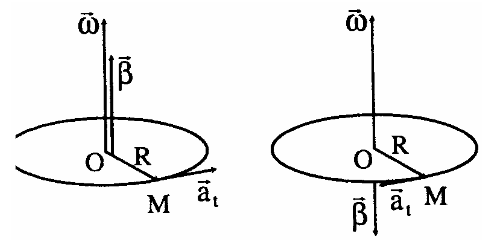
$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta\theta \qquad (1.35)$$

Người ta biểu diễn gia tốc góc bằng một vectơ gọi là *vectơ gia tốc góc,* vectơ này có:

- Phương nằm trên trục của quỹ đạo tròn

- Cùng chiều với chiều của vectơ vận tốc góc khi $\beta > 0$ và ngược chiều với chiều của vectơ vận tốc góc khi $\beta < 0$.

- Có độ lớn bằng β



Hình 1.8. Vectơ gia tốc.

Như vậy, ta có thể viết hệ thức vectơ gia tốc góc như sau:

$$\vec{\beta} = \frac{d\overline{\omega}}{dt} \; (1.36)$$

<u>*Hệ quả*</u>: Liên hệ giữa vectơ gia tốc góc và vectơ gia tốc tiếp tuyến.

Thay $v = \omega\beta$ vào biểu thức tính gia tốc tiếp tuyến ta được

$$a_t = \frac{d(R\omega)}{dt} = R\frac{d\omega}{dt}$$

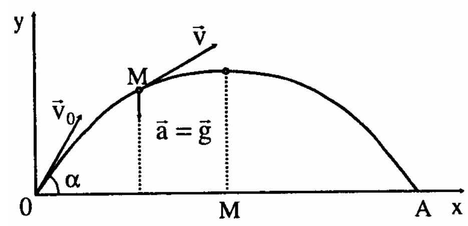
Do đó, theo biểu thức tính gia tốc góc (1.32) ta có:

$$a_t = R\beta \qquad (1.37)$$

Do quy ước về chiều của các vectơ $\vec{\beta}$ và $\vec{a}_t$, (hình 1.8), trong mọi trường hợp ba vectơ $\vec{a}_t$, $\vec{\beta}$ và $\vec{R}$ (theo thứ tự này) luôn luôn tạo thành một tam diện thuận ba mặt vuông, và dựa vào biểu thức vectơ gia tốc góc, ta có thể kết luận rằng:

$$\vec{a}_t = \vec{\beta} \wedge \vec{R} \qquad (1.38)$$

1.4.3. Chuyển động với gia tốc không đổi:



Hình 1.9. Chuyển động của viên đạn.

Thực nghiệm chứng tỏ rằng trong một phạm vi không lớn lắm, mọi chất điểm đều rơi với cùng một gia tốc g theo phương thẳng đứng hướng xuống dưới với giá trị không đổi.

Ta sẽ khảo sát chuyển động của một chất điểm xuất phát từ một điểm O trên mặt đất với vectơ vận tốc ban đầu (lúc t = 0 là $\vec{v}_0$ hợp với mặt nằm ngang một góc α (hình 1.9). (bài toán ném xiên).

Chọn mặt phẳng hình vẽ là mặt phẳng thẳng đứng chứa v_0 ; đó cũng là mặt phẳng chứa quỹ đạo chất điểm, trong hệ trục toạ độ xOy. Tại thời điểm t, chất điểm ở vị trí M có toạ độ x, y; có gia tốc là vectơ $\vec{a} = \vec{g}$ song song với Oy hướng xuống dưới. Do vậy, hai thành phần của $\vec{a}$ trên hai trục là:

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad (1.39)$$

hay

$$\begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

Lấy nguyên hàm hai vế của biểu thức trên ta được:

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + C_2 \end{cases}$$

với

$$\begin{cases} C_1 = v_x = v_x(t=0) = v_{ox} = v_o\cos\alpha \\ C_2 = v_y = v_y(t=0) = v_{oy} = v_o\sin\alpha \end{cases}$$

vậy

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_o\cos\alpha \\ v_y = -gt + v_o\sin\alpha \end{cases} \quad (1.40)$$

Theo công thức tính vận tốc ta có thể viết (1.40) như sau:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_o\cos\alpha \\ \dfrac{dy}{dt} = -gt + v_o\sin\alpha \end{cases} \quad (1.41)$$

Lấy nguyên hàm theo t biểu thức (1.41) ta được:

$$M\begin{cases} x = v_o t\cos\alpha + C_3 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_o t\sin\alpha + C_4 \end{cases}$$

với
$$\begin{cases} C_3 = x(t=0) = 0 \\ C_4 = y(t=0) = 0 \end{cases}$$

Suy ra các phương trình chuyển động của chất điểm là:

$$M\begin{cases} x = v_o t\cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_o t\sin\alpha \end{cases} \tag{1.42}$$

$$y = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + tg\alpha x \tag{1.43}$$

Khử t trong hệ phương trình (1.42) ta được phương trình quỹ đạo của điểm M

Vậy quỹ đạo của chất điểm M là một hình Parabol OSA, đỉnh S, trục song song với trục tung, quay phần lõm về phía dưới hình vẽ (hình 1.9).

Bây giờ ta đi tính toạ độ đỉnh S (vị trí cao nhất của chất điểm). Từ biểu thức (l.40) ta có thể suy ra:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = v_o^2\cos^2\alpha + (-gt + v_o\sin\alpha)^2 = v_o^2 - 2g\left(-\frac{1}{2}gt^2 + v_o t.\sin\alpha\right)$$

hay
$$v^2 = v_o^2 - 2gy \tag{1.44}$$

Tại S vectơ vận tốc nằm ngang $v_y = 0$, nên khi đó ta có $v = v_x = v_0\cos\alpha$, thay vào biểu thức (1.44) ta được:

$$v_o^2\cos^2\alpha = v_o^2 - 2gy_S \quad \text{hay} \quad y_S = \frac{v_o^2\sin^2\alpha}{2g} \tag{1.45}$$

Chất điểm đến S vào lúc t, ứng với $v_y = 0$ cho bởi

$$t_S = \frac{v_o\sin\alpha}{g}$$

Khi này hoành độ của S là:

$$x_S = v_o.t_S.\cos\alpha = \frac{v_o^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{v_o^2\sin 2\alpha}{2g} \tag{1.46}$$

Từ đây ta có thể tính được tầm xa của chuyển động của chất điểm M (khoảng cách từ khi ném đến lúc rơi)

$$OA = 2x_S = \frac{v_o^2\sin 2\alpha}{g} \tag{1.47}$$

1.4.4. Dao động điều hòa thẳng

Một chất điểm chuyển động thẳng được gọi là một dao động điều hoà thẳng nếu đường đi x của nó là một hàm số sin (hoặc cosin) của thời gian t. Thông thường phương trình chuyển động của một chất điểm dao động điều hoà có dạng sau:

x = Acos (cot+(p)

Với A>0, (ω>0 và φ là những hằng số. Ta nhận thấy rằng:

$$x\left(t+\frac{2\pi}{\omega}\right)=A\cos\left[\omega\left(t+\frac{2\pi}{\omega}\right)+\varphi\right]=A\cos(\omega t+\varphi+2\pi)=A\cos(\omega t+\varphi)=x(t)$$

Vậy cứ sau mỗi khoảng thời gian T = $\frac{2\pi}{\omega}$ quãng đường đi x (hay *độ dời*) lại trở về giá trị cũ, hay ta có thể nói là độ dời x là một hàm tuần hoàn theo thời gian với *chu kỳ* T = $\frac{2\pi}{\omega}$, hằng số A là giá trị lớn nhất của $|X|$được gọi là *biên độ dao động* ($|X|$≤A). Vận tốc và gia tốc của chất điểm dao động điều hoà được tính theo các công thức sau:

$$\begin{cases} v=\dfrac{dx}{dt}=-A\omega\sin(\omega t+\varphi) \\ a=\dfrac{d^2x}{dt}=-A\omega^2\cos(\omega t+\varphi) \end{cases}$$

Nghĩa là $$a=-\omega^2 x$$

Gia tốc a luôn luôn ngược chiều với độ dời x. Ta nhận thấy v và a cũng là những hàm tuần hoàn của thời gian t với chu kỳ T = $\frac{2\pi}{\omega}$. Nghịch đảo của chu kỳ: $V=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$ được gọi là tần số của dao động, còn hằng số ω được gọi là tần số góc của dao động.

CHƯƠNG 2. ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

Động lực học nghiên cứu chuyển động của các vật và mối liên hệ của chúng với tương tác giữa các vật. Cơ sở của động lực học vĩ mô là các định luật Newton và nguyên lý Galilê.

2.1. Khái niệm về lực và khối lượng

Khái niệm về lực

Khi nghiên cứu chuyển động, ta thấy rằng các vật chỉ bắt đầu chuyển động hay thay đổi trạng thái chuyển động của chúng khi chịu tác động của vật khác. Tác dụng của một vật lên một vật khác được đặc trưng bởi một đại lượng vật lý gọi là lực.

Ví dụ: Đoàn tàu chỉ chuyển động khi chịu tác dụng của lực kéo của đầu tàu, chiếc xe đang chuyển động chỉ dừng lại khi chịu tác dụng của lực hãm, …

Vậy: *Lực là nguyên nhân Vật lý gây ra sự chuyển động cũng như sự thay đổi chuyển động của các vật. Lực thể hiện mức độ tương tác giữa các vật.*

Tương tác giữa các vật xảy ra theo hai cách:

- Khi chúng tiếp xúc với nhau.

Ví dụ: lực đàn hồi, lực ma sát, …

- Khi chúng không trực tiếp tiếp xúc với nhau. Dù vậy chúng vẫn tác dụng lên nhau thông qua *trường.*

Ví dụ: lực hấp dẫn, lực điện từ, ...

Lực là một đại lượng vectơ (trong cơ học thường được ký hiệu bằng chữ F), do đó cần lưu ý đến các đặc điểm sau của vectơ lực:

- *Điểm đặt* của lực nằm tại vật chịu tác dụng của lực.
- *Độ lớn* (còn gọi là *cường độ*) của lực được biểu diễn một cách hình học bằng độ dài của vectơ lực.
- *Phương* của lực.
- *Chiều* của lực.

Do đó, nếu hai lực được gọi là bằng nhau nếu chúng có cùng độ dài, cùng phương và cùng chiều. Quy tắc cộng lực là quy tắc cộng vectơ.

Khái niệm về khối lượng

Khối lượng là độ đo về lượng (nhiều hay ít) vật chất chứa trong vật thể, có thể tính từ tích phân toàn bộ thể tích của vật:

$$m = \int \rho \, dV \text{ (với } \rho \text{ là khối lượng riêng)}$$

Đơn vị đo khối lượng trong hệ SI là kilôgam (kg).

Trong Vật lý, *khối lượng của một vật là một đại lượng vật lý đặc trưng cho mức độ quán tính của vật đó.* Vật có khối lượng lớn sẽ có sức ì lớn hơn và cần có lực lớn hơn để làm thay đổi chuyển động của nó. Mối liên hệ giữa quán tính với khối lượng đã được Newton phát biểu trong định luật II Newton. Khối lượng trong chuyển động thẳng đều còn được mở rộng thành khái niệm mômen quán tính trong chuyển động quay.

Khối lượng của một vật cũng đặc trưng cho mức độ vật đó *hấp dẫn* các vật thể khác, theo *định luật vạn vật hấp dẫn Newton.* Vật có khối lượng lớn có tạo ra xung quanh trường hấp dẫn lớn.

Khối lượng hiểu theo nghĩa *độ lớn của quán tính, khối lượng quán tính,* không nhất thiết hiểu theo mức độ *hấp dẫn* vật thể khác, khối lượng hấp dẫn. Tuy nhiên, các thí nghiệm chính xác hiện nay cho thấy hai khối lượng này rất gần nhau và một tiên đề của thuyết tương đối rộng của Einstein phát biểu rằng hai khối lượng này là một.

Khối lượng tương đối tính

Trong *vật lý cổ điển,* coi khối lượng của một vật là một đại lượng bất biến, không phụ thuộc vào chuyển động của vật. Tuy nhiên, vật lý hiện đại lại có cách nhìn khác về khối lượng, khối lượng có thể thay đổi tuỳ theo hệ quy chiếu. Theo quan điểm này thì khối lượng gồm hai phần, một phần là *khối lượng nghỉ,* có giá trị bằng với khối lượng cổ điển khi vật thể đứng yên trong hệ quy chiếu đang xét, cộng với khối lượng kèm theo động năng của vật.

Định luật bảo toàn khối lượng

Khối lượng toàn phần của một hệ vật lý kín, xét trong một hệ quy chiếu cố định là không đổi theo thời gian.

Các định luật Newton

Các định luật Newton nêu lên quan hệ giữa chuyển động của một vật với tác dụng bên ngoài và quan hệ giữa các tác dụng tương hỗ của các vật.

Định luật Newton I

Phát biểu**:** *Khi một chất điểm cô lập (không chịu một tác động nào từ bên ngoài) nếu đang đứng yên nó sẽ tiếp tục đứng yên, nếu đang chuyển động thì chuyển động của nó là thẳng đều.*

Chất điểm đứng yên có vận tốc v = 0 ; *chất điểm chuyển động thẳng đều có vận tốc* $\vec{v}$ *không đổi;* trong cả hai trường hợp đó, vận tốc $\vec{v}$ đều không thay đổi; ta cũng nói *trạng thái chuyển động* của nó được bảo toàn.

Vậy**:** *Một chất điểm cô lập bảo toàn trạng thái chuyển động của nó.*

Tính chất bảo toàn trạng thái chuyển động gọi là *quán tính,* vì vậy định luật I còn được gọi là *định luật quán tính.*

Không giống như các định luật khác, ta không thể kiểm nghiệm định luật này một cách trực tiếp bằng thực nghiệm vì trên trái đất không thể có bất kỳ vật nào hoàn toàn cô lập (không chịu bất kỳ một lực nào). Do vậy, ta coi định luật này như một nguyên lý mà không chứng minh. Ta chỉ có thể xác nhận sự đúng đắn của định luật này khi kiểm nghiệm các hệ quả của định luật này mà thôi.

Ví dụ: Khi đẩy một vật nặng trượt trên sàn nhà ta có thể thấy vận tốc của vật giảm dần và cuối cùng dừng lại hẳn. Nhưng nếu sàn nhà nhẵn thì vật có thề trượt rất xa. Sở dĩ như vậy là vì, ngoài trọng lực của vật và phản lực của sàn nhà là hai lực triệt tiêu lẫn nhau thì vật còn chịu tác dụng của lực ma sát và lực cản của không khí, là hai lực ngược chiều chuyển động của vật và cản trở chuyển động của vật. Nếu bằng cách nào đó có thể làm giảm các lực này thì vật sẽ chuyển động được rất xa mặc dù ta chỉ đẩy vật trong một thời gian ngắn. Nếu làm triệt tiêu hoàn toàn các lực này thì vật sẽ chuyển động thẳng đều mãi mãi trên sàn nhà.

Định luật Newton II

Định luật Newton II xét chất điểm ở trạng thái không cô lập, nghĩa là chịu tác dụng của những lực từ bên ngoài.

***Phát biểu*:** 1. Chuyển động của một chất điểm chịu tác dụng của các lực có tổng hợp $\vec{F}$ *# 0* là một chuyển động có gia tốc.

2. Gia tốc chuyển động của chất điểm tỷ lệ với tổng hợp tục tác dụng $\vec{F}$ và tỷ lệ nghịch với khối lượng của chất điểm ấy:

$$\vec{a} = k\frac{\vec{F}}{m}$$

k là một hằng số tỷ lệ phụ thuộc vào các đơn vị sử dụng; trong hệ SI: k = 1 và

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad (2.1)$$

Phương trình cơ bản của cơ học chất điểm Phương trình Newton:

$$m\vec{a} = \vec{F} \qquad (2.2)$$

là phương trình cơ bản của cơ học chất điểm. Phương trình này là phương trình tổng quát cho cả hai định luật Newton I và II.

Với định luật Newton I:

$$\vec{F} = 0 \rightarrow \vec{a} = 0 \rightarrow \vec{v} = \text{const}$$

Với định luật Newton II:

$$\vec{F} \neq 0 \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \neq 0$$

Hệ quy chiếu quán tính

Ở chương I, chúng ta đã biết rằng, đối với cùng một chuyển động nhưng sẽ xảy ra khác nhau trong các hệ quy chiếu khác nhau. Vậy, tự nhiên sẽ nảy sinh câu hỏi sau: định luật I Newton khẳng định nếu một vật không chịu tác dụng của một lực nào thì nó sẽ đứng yên hay chuyển động thẳng đều đối với *hệ quy chiếu nào?* Thực nghiệm đã chứng tỏ rằng, Định luật Newton I chỉ nghiệm đúng đối với những *hệ quy chiếu quán tính.*

***Vậy*:** *Hệ quy chiếu quán tính là một hệ quy chiếu mà trong đó nếu một vật không chịu tác dụng của một ngoại lúc nào thì nó hoặc là đứng yên hoặc là chuyển động thẳng đều.*

Định luật Newton III

Thực nghiệm đã chứng tỏ rằng, không bao giờ có tác dụng một phía. Khi vật A tác dụng lên vật B thì ngược lại vật B cũng tác dụng lên vật A. Ta nói chúng tương tác với nhau.

Định luật Newton III xét mối liên hệ giữa các tương tác của hai vật.

Phát biểu: Khi chất điểm A tác dụng lên chất điểm B một lực F thì chất điểm B cũng tác dụng lên chất điểm A một lực F ': hai lực F và F' tồn tại đồng thời cùng phương, ngược chiều và cùng cường độ.

Nói cách khác, tổng hình học các lực tương tác giữa hai chất điểm bằng không: F + F ' = 0.

Chú ý: Tuy tổng của hai lực F và F' bằng không nhưng tác dụng của chúng không khử nhau vì *điểm đặt của chúng khác nhau.*

Trong trường hợp tổng quát: ta xét một hệ chất điểm cô lập, nghĩa là một hệ không chịu tác dụng của các ngoại lực: trong hệ chỉ có các nội lực tương tác giữa các chất điểm của hệ. Khi đó nếu xét từng đôi chất điểm của hệ thì tổng hai lực tương tác giữa chúng bằng không. Bây giờ nếu lấy tổng của tất cả các lúc đó, ta được kết quả:

Tổng các nội lực của hệ chất điểm cô lập (hay hệ kín) bằng không.

Các định lý về động lượng

Từ phương trình Newton, ta có thể suy ra một số phát biểu tương đương, đó là các định lý về động lượng.

Thiết lập các định lý về động lượng

Theo định luật Newton II, nếu một chất điểm khối lượng m chịu tác dụng của một lực $\vec{F}$ (hay của nhiều lực, lực tổng hợp là $\vec{F}$) thì sẽ có gia tốc $\vec{a}$ cho bởi:

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

Từ biểu thức của gia tốc ta có thể viết lại biểu thức trên như sau:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

vì m không đổi nên ta có thể viết lại là:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F} \qquad (2.3)$$

Vectơ $\vec{K} = m\vec{v}$ gọi là vectơ động lượng của chất điểm (hình 2.1). Vậy biểu thức (2.3) có thể viết thành:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F} \qquad (2.4)$$

<u>*Định lý 1*</u>: *Đạo hàm động lượng của một chất điểm đối với thời gian có giá trị bằng lực (hay tổng hợp các lực) tác dụng lên chất điểm đó.*

Từ (2.4) ta suy ra:

$$d\vec{K} = \vec{F}dt \qquad (2.5)$$

Tích phân 2 vế của biểu thức (2.5) trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 ứng với sự biến thiên của động lượng từ K_1 đến K_2 ta được:

$$\Delta\vec{K} = \vec{K}_2 - \vec{K}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}.dt \qquad (2.6)$$

Theo định nghĩa tích phân của lực F theo t từ t_1 đến t_2 gọi là *xung lượng* của F trong khoảng thời gian đó. Vậy biểu thức (2.6) có thể phát biểu như sau:

Định lý 2: Độ biến thiên động lượng của một chất điểm trong một khoảng thời gian nào đó có giá trị bằng xung lượng của lực (hay tổng hợp lực) tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian đó.

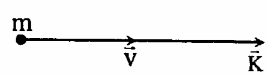
Trong trường hợp F không đổi theo thời gian, (2.6) trở thành:

$$\Delta K = \vec{F}.\Delta t \qquad (2.7)$$

Hay
$$\frac{\Delta\vec{K}}{\Delta t} = \vec{F} \qquad (2.8)$$

Theo (2.8) ta có thể phát biểu:

Độ biến thiên động lượng của chất điểm trong đơn vị thời gian có giá trị bằng lực tác dụng lên chất điểm đó.



Hình 2.1. Vectơ động lượng.

Các định lý về động lượng (2.4) và (2.6) là những phát biểu tương đương của phương trình Newton, khi ra khỏi phạm vi cơ học cổ điển Newton, các công thức (2.3) và (2.4) vẫn đúng. Vì vậy, ta có thể nói rằng: về một mặt nào đó các định lý về động lượng tổng quát hơn định luật Newton.

Ý nghĩa của động lượng và xung lượng

a. Ý nghĩa của động lượng

Như ta đã biết trong chương I, vectơ vận tốc là một đại lượng đặc trưng cơ bản cho chuyển động về mặt động học. Nhưng về mặt động lực học, khi khảo sát chuyển động của các vật, ta không thể xét riêng vận tốc mà không để ý đến khối lượng của chúng, vì vận tốc có liên quan chặt chẽ với khối lượng (đối với một lực tác dụng nhất định). Nói cách khác, vận tốc không đặc trưng cho chuyển động về mặt động lực học. Chính động lượng, đại lượng kết hợp cả khối lượng và vận tốc, mới *đặc trưng cho chuyển động về mặt động lực học.*

Ví dụ: Giả thiết có một quả cầu khối lượng m_1 chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1$ đến đập thẳng vào một quả cầu có khối lượng m_2 ban đầu đứng yên. Giả thiết sau va chạm, quả cầu thứ hai chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1$. Thực nghiệm chứng tỏ rằng, nói ch1ung $\vec{v}_1 \# \vec{v}_2$ và $\vec{v}_2$ không những phụ thuộc vào $\vec{v}_1$ mà còn phụ thuộc vào m_1, nói chính xác là phụ thuộc vào động lượng $\vec{K}_1 = m_1\vec{v}_1$ của quả cầu thứ nhất. Như thế nghĩa là sự truyền chuyển động do va chạm của quả cầu thứ nhất đến quả cầu thứ hai phụ thuộc vào động lượng quả thứ nhất ($\vec{v}_2$ càng lớn thì $\vec{K}_1 = m_1\vec{v}_1$ càng lớn).

<u>Vậy:</u> *Trong các hiện tượng va chạm động lượng là một đại lượng đặc trưng cho khả năng truyền va chạm.*

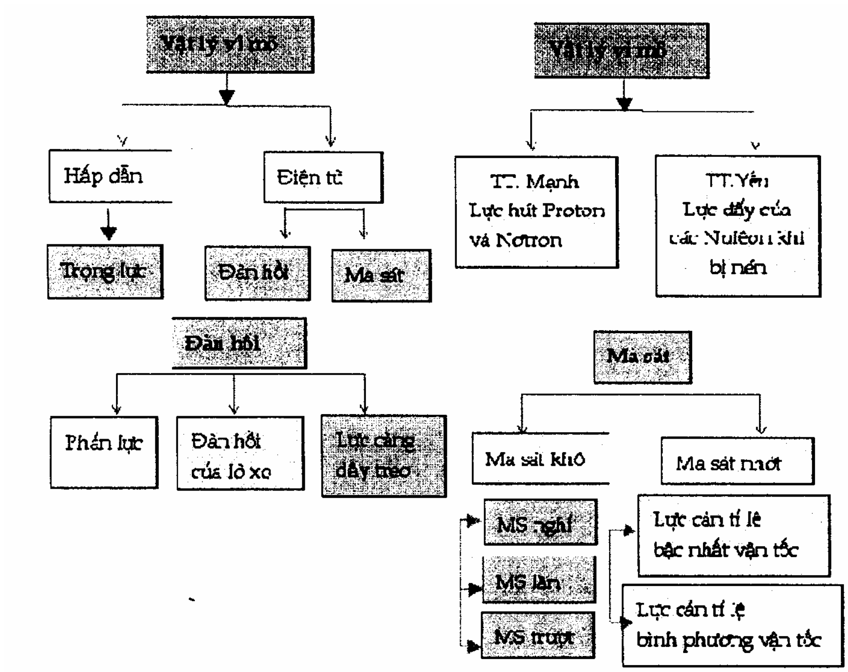
b. Ý nghĩa của xung lượng

Xung lượng của một lực trong khoảng thời gian Δt đặc trưng cho tác dụng của lực trong khoảng thời gian đó. Thực vậy, theo (2.6) hay (2.7) ta thấy rằng tác dụng của lực không những phụ thuộc vào cường độ lực mà còn phụ thuộc thời gian tác dụng. Cùng một lực nhưng thời gian tác dụng lâu thì động lượng của vật biến thiên nhiều và ngược lại, nếu thời gian tác dụng rất ngắn thì dù lực lớn, động lượng cũng biến thiên ít.

Các định lý về động lượng và xung lượng thường dùng để giải quyết các bài toán va chạm.

Các lực cơ học trong tự nhiên. Hai bài toán cơ bản của động lực học Các lực cơ học trong tự nhiên

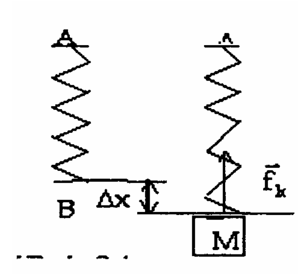
Do lực chỉ xuất hiện thành từng cặp và mỗi cặp có cùng một tính chất như nhau (được tạo ra từ một tương tác) cho nên người ta phân chia các loại lực thông qua các dạng tương tác của chúng. Có bốn dạng tương tác chủ yếu: 1. Tương tác hấp dẫn, 2. Tương tác điện từ, 3. Tương tác mạnh và 4. Tương tác yếu.



Trong phạm vi chương này chủ yếu phân tích các tính chất của lực đàn hồi và lực ma sát xuất hiện do lực tương tác điện từ.

a. Lực đàn hồi

- Điều kiện xuất hiên lực đàn hồi



Khi một vật bị một lực kéo dãn hay nén lại làm cho vật đó bị biến dạng thì bản thân vật đó tác dụng một lực đàn hồi lên vật tác dụng nó để buộc vật này trả lại cho nó hình dạng cũ.

- Tính chất

Chiều của lực đàn hồi luôn ngược chiều biến dạng của vật.

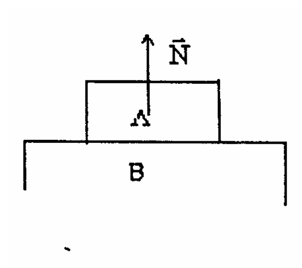
Treo một lò xo lên một điểm cố định trên trần nhà. Điểm B của lò xo móc vào vật có khối lượng M. Dưới tác dụng của trọng lực vật M các phần tử lò xo dãn ra một đoạn Δx, chúng tạo ra lực đàn hồi k của lò xo và độ biến dạng Δx của nó luôn luôn là hằng số, hằng số này được gọi là độ cứng của lò xo.

$$K = \frac{f_K}{\Delta x}$$

Công thức này được nhà Vật lý người Anh Rober Hooke tìm ra nên còn được gọi là công thức của định luật Hooke.

Đơn vị của độ cứng là: N/m. Độ cứng K phụ thuộc vào vật liệu làm lò xo và chiều dài của lò xo.

<u>- Phản lực</u>



Là một dạng lực đàn hồi xuất hiện khi vật A nén lên mặt tiếp xúc với vật B làm các phân tử ở bề mặt B bị biến dạng sinh ra phản lực N tác dụng vào vật A. Phương của phản lực bao giờ cũng vuông góc với mặt tiếp xúc của hai vật.

Chiều từ tâm của vật A đi ra xa mặt tiếp xúc.

Độ lớn bằng hình chiếu lực nén vuông góc của A lên mặt tiếp xúc.

<u>Lúc căng dây treo</u>:

Lực căng dây treo xuất hiện khi hai đầu dây bị kéo dãn hoặc một đầu dây cố định còn đầu kia bị kéo dãn (trường hợp cả hai đầu đều bị kéo phải cùng phương, ngược chiều).

Phương của lực căng nằm dọc theo sợi dây.

Chiều ngược chiều lực kéo dãn.

<u>Chú ý</u>: Các lực này có điểm đặt lên vật đã tác dụng lên nó. Độ lớn thông thường rất khó xác định trực tiếp thông qua sự biến dạng của dây nên nó được xác định qua các lực khác và gia tốc mà lực đạt được.

b. Lực ma sát

- *<u>Điều kiện xuất hiện</u>*

Dạng thứ hai của lực đàn hồi là lực ma sát.

Lực ma sát xuất hiện khi có sự chuyển động tương đối của hai hoặc nhiều vật với nhau. Nếu hai vật chuyển động tiếp xúc là vật rắn người ta gọi đó là lực ma sát khô. Nếu một hoặc cả hai vật là chất lưu (khí hoặc lỏng) thì được gọi là ma sát nhớt.

- *Đặc điểm*

Đặc điểm của các lực ma sát là luôn luôn có phương tiếp tuyến với mặt tiếp xúc của hai vật chuyển động tương đối, chiều luôn ngược với chiều chuyển động tương đối. Độ lớn của lực ma sát khô tỷ lệ với phản lực thông qua hệ số ma sát.

- *Ma sát nghỉ và ma sát trượt*

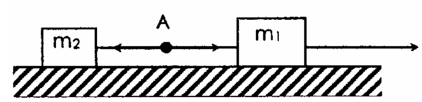
Xét vật A đặt tiếp xúc lên vật B, lúc đó N là phản lực của vật B tác dụng lên vật A. Dùng một lực $\vec{F}$ để kéo vật A, nếu độ lớn của $\vec{F}$ có giá trị nhỏ thì vật A chưa chuyển động. Vật A đứng yên vì lực ma sát nghỉ cân bằng với lực kéo $\vec{F}$.

Lực ma sát nghỉ xuất hiện khi chưa có sự chuyển động tương đối của 2 vật tiếp xúc nhưng một trong hai vật đã chịu tác dụng kéo của ngoại lực. Độ lớn của lực ma sát nghỉ thay đổi theo độ lớn của lực kéo $\vec{F}$, khi lực kéo đạt đến giá trị F_0 nào đó sao cho vật A bắt đầu chuyển động tương đối so với vật B: Lúc này lực ma sát nghỉ đã chuyển sang ma sát trượt.

- *Vai trò của lực ma sát*

Có hại: Trong các máy đang hoạt động bao giờ cũng xuất hiện ma sát, cản trở chuyển động làm hao phí năng lượng vô ích. Lúc đó phải làm giảm ma sát.

Có lợi: Nhờ có ma sát mà máy móc xe cộ đang hoạt động có thể dừng lại được, con người, xe cộ mới di chuyển được.



Ví dụ: Một hệ gồm hai vật khối lượng m_1 và m_2 được nối với nhau bằng một sợi dây mảnh không co dãn. Cả hai trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang dưới tác dụng của lực kéo $\vec{F}$ đặt vào m_1. Xác định lực căng của dây. Bỏ qua tác dụng của ma sát.

Trước tiên ta tính gia tốc a của hệ. Vì hệ chuyển động như một vật có khối lượng $(m_1 + m_2)$ dưới tác dụng của lực $\vec{F}$. Nên ta có:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

Muốn tính lực căng tại A, ta giả thiết là cắt dây tại A. Để đảm bảo cho m_1 và m_2 giữ nguyên chuyển động với gia tốc a thì tại hai đoạn dây ở A sẽ chịu tác dụng của các lực căng $\vec{T}$ và T'.

Xét riêng vật m_1. Lực tác dụng lên nó gồm: lực kéo $\vec{F}$ và $\vec{T}$ lực căng. Do vậy, phương trình chuyển động của m_1 sẽ là:

$$m_1 a = F - T$$

Từ đó, suy ra: $T = F - m_1 a = F - m_1 \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2}$

Xét vật m_2. Lực tác dụng lên vật là lực căng $\vec{T}'$ và do đó phương trình chuyển động của m_2 là:

$$m_2 a = T'$$

Hay $$T' = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2} = T$$

Hai bài toán cơ bản của động lực học

Vận dụng các định luật Newton, chúng ta có thể dễ dàng giải các bài toán cơ học đa dạng theo 4 bước cơ bản sau:

- Bước 1: Phân tích bản chất các lực tác dụng lên từng vật (theo định luật Newtton III, các lực này chỉ xuất hiện thành từng cặp).

- Bước 2: Viết các phương trình định luật Newton II cho từng vật cụ thể.

- Bước 3: Chọn hệ quy chiếu quán tính và hệ trục toạ độ sao cho bài toán trở nên đơn giản, chọn chiều chuyển động giả định cho hệ, sau đó chiếu phương trình vectơ (viết được ở bước 2) lên các trục toạ độ để được các phương trình đại số.

- Bước 4: Giải hệ các phương trình đại số để tìm các nghiệm số theo yêu cầu của đề bài, sau đó biện luận ý nghĩa của các giá trị.

a. Bài toán thuận của động lực học

Bài toán thuận của động lực học là bài toán xác định lực gây ra chuyển động khi bết chuyển động của chất điểm.

Dễ giải bài toán loại này, trước tiên phải xác định gia tốc của chất điểm, sau đó sẽ áp dụng định luật Newton II để tìm lực tác dụng lên chất điểm.

Ví dụ: Kéo một gầu nước từ dưới giếng lên cao nhanh dần với gia tốc là $\vec{a}$.

Hãy xác định lực kéo.

Ta biết lực tác dụng tổng cộng lên gầu gồm lực kéo $\vec{F}k$ và trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ của gầu. Theo định luật Newton II và để ý rằng hai lực này ngược chiều nhau, nên ta có:

$$Fk - mg = ma$$

Từ đó: $$Fk = m(g + a)$$

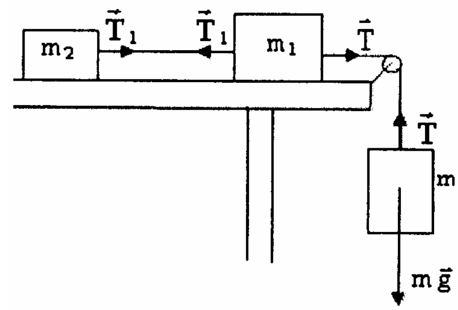
Ta thấy lực kéo phải lớn hơn trọng lượng của gầu, đặc biệt là Fk càng lớn khi gia tốc a càng lớn.

h. Bài toán ngược của động lực học

Bài toán ngược của động lực học là bài toán xác định chuyển động của chất điểm khi biết các lực tác dụng lên chất điểm và những điều kiện ban đầu của chuyển động.

Để giải bài toán ngược cần xác định cụ thể các lực tác động lên từng trên điểm. Sau đó áp dụng công thức tính gia tốc để xác định gia tốc mà chất điểm thu được. Nếu biết vận tốc và vị trí ban đầu của chất điểm thì bằng cách lấy tích phân của gia tốc a, ta có thể xác định được vận tốc và tọa độ của chất điểm theo thời gian, nghĩa là có thể biết được phương trình chuyển động và phương trình quỹ đạo của chất điểm.

Ví dụ: Một hệ gồm hai vật có khối lượng m_1 và m_2 được nối nhau bằng một sợi dây không co dãn. Đầu kia của m_1 nối với một sợi dây khác vắt qua một ròng rọc và nối với một quả nặng m. Giả sử hệ chuyển động không ma sát, khối lượng dây nối và ròng rọc không đáng kể. Hãy xác định chuyển động của hệ.



Gọi $\vec{T}$ là lực căng của sợi dây nối quả nặng m với m_1. Lực mà sợi dây kéo m_1 là $\vec{T}$ còn kéo quả nặng m là $-\vec{T}$.

Đối với quả nặng m ta có phương trình:

$$mg - T = ma$$

Gọi $\vec{T}_1$ là lực căng của đoạn dây nối m_1 với m_2. Đối Với m_1 ta có phương trình:

$$T - T_1 = m_1a$$

Đối với vật m_2 ta có phương trình chuyển động:

$$T_1 = m_2a$$

Cộng ba phương trình trên lại với nhau, ta tìm được gia tốc a của hệ:

$$a = \frac{mg}{m + m_1 + m_2}$$

Cũng có thể tìm ngay được gia tốc a của hệ nếu để ý rằng do sợi dây không co dãn nên có thể xem chuyển động của hệ như là chuyển động của một vật thể thống nhất với khối lượng là $(m+m_1+m_2)$ và lực duy nhất tác động lên hệ là $m\vec{g}$.

Theo định luật Newton II ta có:

$$a = \frac{mg}{m + m_1 + m_2}$$

Chuyển động của hệ là nhanh dần đều với gia tốc a. Do vậy, phương trình chuyển động của hệ là:

$$s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

Mômen động lượng

Định lý về động lượng (2.3,2.4)

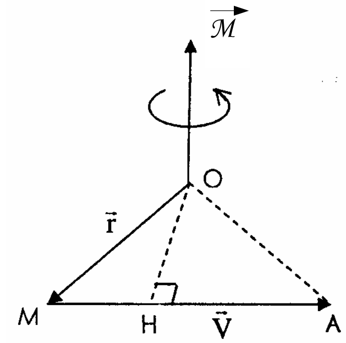
$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}$$

là một trong những định luật cơ bản của cơ học chất điểm. Trong nhiều trường hợp (nhất là khi xét chuyển động của một chất điểm chịu tác dụng của một trường lực xuyên tâm) người ta diễn ta định luật này dưới dạng khác, đó là định lý về mômen động lượng.

2.5.1. Momen của một vectơ đối với một điểm

Cho một vectơ $\vec{V} = \overrightarrow{MA}$ gốc tại M và một điểm O cố định trong không gian và $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ (hình 2.3). Theo định nghĩa: mômen của $\vec{V}$ đối với O là một vectơ ký hiệu là:

$$\overrightarrow{M}(O,\vec{V}) = \vec{O}\vec{M} \wedge \vec{V} = \vec{r}\vec{V} \qquad (2.9)$$



Hình 2.3

Theo định nghĩa (1) thì mômen động lượng $\overrightarrow{M}(O,\vec{V})$ là một vector:

- gốc tại O

- có phương vuông góc với mặt phẳng xác định bởi O và $\vec{V}$

- có chiều thuận với chiều quay từ $\overrightarrow{OM}$ sang MA

$$\overrightarrow{M} = (O,\vec{V})\big| = \overline{OM}.\overline{MA}.\sin(\overline{OM}.\overline{MA}) = rV\sin(\overrightarrow{rV}) = \; 2S_{\Delta OMA}$$

Các tính chất của mômen của một vector: từ biểu định nghĩa (1) ta có thể dễ dàng suy ra các tính chất của mômen của một vector sau:

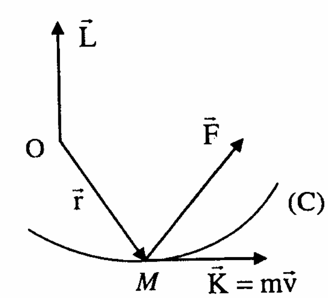
- tính chất 1: khi $\vec{V} = \vec{0}$ hay $\vec{V}$ có phương qua $\vec{0}$ thì $\overrightarrow{M}(O,\vec{V}) = \vec{0}$

- tính chất 2: $\overrightarrow{M}(O,\ \vec{V}_1 + V_2 = \overrightarrow{M}(O,\vec{V}_1) + \overrightarrow{M}\ (O,\ \vec{V}_2)$

2.5.2. Định lý về mômen động lượng

Một chất điểm M chuyển động trên một quỹ đạo (C) dưới tác dụng của một lực $\vec{F}$ (hình bên). Theo định lý về sự biến thiên động lượng ta có:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}$$



Nhân hữu hướng cả hai vế của (4) với t = $\overline{OM}$ (O là gốc tọa độ) ta được:

$$\vec{r} \wedge \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge m\vec{v}) = \frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{K}) = \vec{r} \wedge \vec{F} \qquad (2.12)$$

(Vì $\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge m\vec{v}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge m\vec{v} + \vec{r} \wedge \frac{d(m\vec{v})}{dt}$ và $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \,//\, m\vec{v} \rightarrow \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge m\vec{v} = \vec{0}$)

Hay: $$\frac{d}{dt}(\vec{L}) = \vec{\mathfrak{M}}(O,\vec{F}) \qquad (2.13)$$

Trong đó $\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{K}$ = là mômen động lượng của chất điểm M đối với điểm O và $\vec{M}(O,\vec{F}) = \vec{r} \wedge \vec{F}$ là mônmen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O.

Phương trình (2.13) cũng chính là biểu thức của *định lí về mômen động lượng*, định lí đó được phát biểu như sau:

"Đạo hàm theo thời gian của mômen động lượng đối với điểm O của một chất điểm chuyển động bằng tổng mômen đối với điểm O của các lực tác dụng lên chất điểm".

Hệ quả: Trong trường hợp chất điểm chuyển động luôn luôn chịu tác dụng của một lực xuyên tâm ($\vec{F}$ luôn có phương đi qua điểm O) thì $\vec{M}\ O,\vec{F} = 0$ và do đó:

$$\frac{d}{dt}(\vec{L}) = \vec{0} \rightarrow \vec{L} = \overrightarrow{const} \qquad (2.14)$$

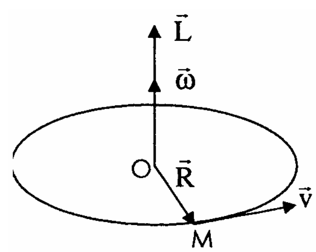
Từ (2.14) ta thấy $\vec{L}$ không đổi. Mặt khác, L luôn vuông góc với mặt phẳng tạo bởi O và $\vec{K} = m\vec{v}$, do đó, mặt phẳng chứa O và $\vec{K}$ là một mặt phẳng cố. định. Điều đó có nghĩa là *chất điểm M luôn luôn chuyển động trong một mặt phẳng cố định.*

2.5.3. Trường hợp chuyển động tròn

Mômen động lượng t của chất điểm M chuyển động trên quỹ đạo tròn (O,R) có thể tính như sau:

$$\left|\vec{L} = OM.m\vee = Rm\vee = (Rm^2)\vec{\omega}\right|$$

ở đây $I = mR^2$ được gọi là mômen quán tính của chất điểm đối với điểm O.



Hình 3

Lại có, vận tốc góc $\omega = \frac{\vee}{R}$ cũng được biểu diễn dưới dạng vector $\vec{\omega}$ và $\vec{\omega}$ có cùng phương chiều với $\vec{L}$. Do đó ta có thể viết mômen động lượng của chất điểm M chuyển động trên quỹ đạo tròn dưới dạng: $\vec{L} = I\vec{\omega}$ (2.16) Theo định lý về mômen động lượng ta có:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(I\vec{\omega}) = \vec{\mathfrak{M}}(O,\vec{F}) = \vec{\mathfrak{M}}(O,\vec{F}_t) + \vec{\mathfrak{M}}(O,\vec{F}_n) = \vec{\mathfrak{M}}(O,\vec{F}_t) \qquad (2.17)$$

Trong đó $\vec{F} = \vec{\vec{F}} + \vec{F}_{n}, \vec{F}_n$ luôn luôn hướng tâm và $\vec{F}_l$ là thành phần lực tác dụng theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo.

Phương trình (2.17) chính là biểu thức của định lý về mômen động lượng của chất điểm chuyển động tròn.

CHƯƠNG 3. ĐỘNG LỰC HỌC HỆ CHẤT ĐIỂM
ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

Khi xem xét chuyển động của một vật hay một hệ bất kỳ, ta có thể mô hình vật đó như là một tập hợp các chất điểm và áp dụng các định luật cơ học của chất điểm đối với từng chất điểm trong hệ. Vật rắn là hệ chất điểm, nhưng là một hệ chất điểm đặc biệt trong đó *khoảng cách giữa các chất điểm luôn luôn giữ nguyên không đổi trong quá trình chuyển động của vật rắn.* Đây là một đối tượng cơ học quan trọng và phổ biến nên ta chú trọng khảo sát đặc thù chuyển động vật rắn với phương pháp luận áp dụng các quy luật chuyển động của hệ chất điểm vào chuyển động của vật rắn.

Trong chương này chúng ta khảo sát các định luật cơ bản về chuyển động của một hệ chất điểm, đặc biệt khảo sát chuyển động của một vật rắn.

3.1. Cơ hệ. Khối tâm của cơ hệ

3.1.1. Khái niệm cơ hệ

Cơ hệ là tập hợp các chất điểm tương tác với nhau, hay nói cách khác cơ hệ chính là hệ chất điểm.

3.1.2. Khối tâm của cơ hệ

a. Định nghĩa

Khối tâm của một hệ chất điểm $M_1, M_2,.. M_n$. Mà lần lượt có khối lượng $m_1, m_2...$ m_n mà là một điểm G xác định bởi đẳng thức:

$$m_1\overrightarrow{M_1G} + m_2\overrightarrow{M_2G} + ... + m_n\overrightarrow{M_nG} = \vec{0}$$

hay
$$\sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{M_iG} = \vec{0} \qquad (3.1)$$

b. Tọa độ khối tâm: Chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ O, chúng ta tiến hành tìm tọa độ của G trong hệ tọa độ đã chọn. Ta có:

$$\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OM_i} + \overrightarrow{M_iG} \qquad (3.2)$$

Nhân 2 vế của (3.2) với m_1 rồi cộng các phương trình theo i từ 1 tới n và sử dụng biểu thức (3.1) ta được: $\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right)\overrightarrow{OG} = \sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{OM_i} + \sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{M_iG} = \sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{OM_i}$

$$\rightarrow \qquad \overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{OM_i}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \qquad (3.3)$$

Đặt $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{R}$ với ba tọa độ X, Y, Z và $\overrightarrow{OM_i} = \vec{r}$ với ba tọa độ x_i, y_i, z_i thì (3.3) trở thành: $$\vec{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \tag{3.4}$$

Hay $$X = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}; \quad Y = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}; \quad Z = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i z_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \tag{3.5}$$

Các đẳng thức (3.5), (3.6) cho phép ta xác định tọa độ khối tâm của một hệ chất điểm. Bây giờ chúng ta đi khảo sát các tính chất của khối tâm về mặt động lực học.

c. Vận tốc của khối tâm

Ta có:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \tag{3.6}$$

Trong đó, $\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i$ vector vận tốc của chất điểm $M_i \vec{p}_i = m_i \vec{v} =$ động lượng của chất điểm M_i.

Nếu thay $\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i$ = tổng động lượng của hệ chất điểm, thì biểu thức (3.6) trở thành:

$$\vec{V} = \frac{\vec{P}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \tag{3.7}$$

Từ biểu thức (3.7) ta suy ra:

$$\vec{P} = \left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right)\vec{V} \tag{3.8}$$

Vậy: *Tổng động lượng của hệ bằng động lượng của một chất điểm đặt tại khối tâm của hệ, có khối lượng bằng tổng khối lượng của hệ và có vận tốc bằng vận tốc khối tâm của hệ.*

d. Phương trình chuyển động của khối tâm

Giả thiết các chất điểm m_1, m_2,…,m_n của hệ lần lượt chịu tác dụng của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2 ..., \vec{F}_n$ và chuyển động với những vectơ gia tốc $\vec{a}_1, \vec{a}_2, ...\vec{a}_n$ thỏa mãn các phương trình:

$$m_1\vec{a}_1 = \vec{F}_1 . m_2\vec{a}_2 = \vec{F}_2, ... m_n\vec{a}_n = \vec{F}_n$$

Muốn tìm phương trình chuyển động của khối tâm, ta có đạo hàm (3.6) theo t:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

Hay $$\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right) \cdot \frac{d\vec{V}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

Hay $$\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right) \cdot \vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \qquad (3.9)$$

Trong đó $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$ là vectơ gia tốc của khối tâm. Từ (3.9) ta có thể kết luận rằng:

Khối tâm của một hệ chuyển động như một chất điểm có khối lượng bằng tổng khối lượng của hệ và chịu tác dụng của một lực bằng tổng ngoại lực tác dụng lên hệ.

Chú ý:

- Trong (3.9), vế phải chỉ là tổng hợp các ngoại lực tác dụng vì theo định luật Newton III, tổng hợp các nội lực tương tác của hệ bằng không.

- Chuyển động khối tâm của hệ được gọi là chuyển động toàn thể của hệ.

3.2. Định luật bảo toàn động lượng

3.2.1. Thiết lập

Đối với một hệ chất điểm chuyển động, ta có định lý về động lượng:

$$\frac{d}{dt}\left(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n\right) = \vec{F}$$

trong đó $\vec{F}$ *là tổng các ngoại lực tác dụng lên hệ* (theo định luật Newton III thì tổng các nội lực tương tác trong hệ bằng 0).

Nếu hệ đang xét là một hệ cô lập (F = 0) thì:

$$\frac{d}{dt}\left(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n\right) = 0$$

Nghĩa là: $$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n = \overrightarrow{const} \qquad (3.10)$$

Phát biểu: *Tổng động lượng của một hệ cô lập là một đại lượng bảo toàn.*

Mặt khác, ta biết rằng vận tốc chuyển động của khối tâm của hệ (3.7) cho bởi:

$$\vec{V} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

Vậy đối với một hệ chất điểm cô lập:

$$\vec{V} = \overrightarrow{const} \qquad (3.11)$$

Khối tâm của một hệ cô lập hoặc đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.

3.2.2. Bảo toàn động lượng theo phương

Trong trường hợp một hệ chất điểm không cô lập nghĩa là $\vec{F}$ # 0 nhưng hình chiếu của $\vec{F}$ lên một phương x nào đó luôn luôn bằng 0, khi đó nếu chiếu phương trình vectơ

$$\frac{d}{dt}\left(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n\right) = \vec{F}$$

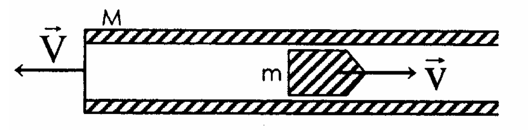
lên phương x ta được:

$$m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} ...,+ m_n v_{vx} = \text{const}$$

Vậy, hình chiếu của tổng động lượng của hệ lên phương x là một đại lượng bảo toàn.

3.2.3. Ứng dụng

a. Giải thích hiện tượng súng giật lùi



Giả sử có một khẩu súng có khối lượng M đặt trên một giá nằm ngang; trong nòng súng có một viên đạn có khối lượng m. Nếu không có ma sát thì tổng hợp ngoại lực tác dụng lên hệ (súng + đạn) tức là tổng hợp của trọng lượng (súng + đạn) và phản lực pháp tuyến của giá sẽ triệt tiêu, do đó tổng động lượng của hệ bảo toàn.

Trước khi bắn tổng động lượng của hệ bằng 0. Khi bắn, đạn bay về phía trước với vận tốc v, súng giật lùi về phía sau với vận tốc V. Do đó, động lượng của hệ sau khi bắn sẽ là: $m\vec{v} + M\vec{V}$. Vì động lượng của hệ bảo toàn nên ta có:

$$m\vec{v} + M\vec{V} = 0 \rightarrow \vec{V} = -\frac{m}{M}$$

Dấu trừ chứng tỏ $\vec{V}$ ngược chiều với $\vec{v}$. Về giá trị V tỷ lệ với m và tỷ lệ nghịch với M.

b. Chuyển động phản lực

Định luật Newton III $\vec{F}$ cũng như định luật bảo toàn động lượng là cơ sở để giải thích các chuyển động phản lực. Chúng ta hãy vận dụng các định luật này để giải thích chuyền động phản lực của các tên lửa.

Giả thiết có một vật chứa một hỗn hợp khí nóng, ban đầu đứng yên. Nếu hỗn hợp khí được phụt ra phía sau thì theo định luật bảo toàn động lượng vật sẽ tiến lên phía trước. Đó là nguyên tắc của tên lửa.

Ta gọi khối lượng tổng cộng ban đầu của tên lửa là M_0. Trong quá trình chuyển động, tên lửa luôn luôn phụt khí ra sau, khối lượng của nó giảm dần, vận tốc của nó tăng dần. Ta hãy tính vận tốc $\vec{v}$ của tên lửa khi khối lượng của nó là M. Động lượng của tên lửa lúc đó là: $\vec{K} = M\vec{v}$.

Qua một khoảng thời gian đi, tên lửa phụt ra sau một khối lượng khí bằng dM_1.

Nếu vận tốc phụt khí đối với tên lửa luôn luôn không đổi và bằng $\vec{u}$ thì vận tốc phụt khí đối với hệ quy chiếu đang quan sát bằng $\vec{u}+\vec{v}$ và động lượng của khí phụt ra là: $dM_1(\vec{u}+\vec{v})$. Sau khi phụt khí khối lượng tên lửa bằng M + dM (với dM = - dM_1), vận tốc của nó tăng lên thành $\vec{v}+d\vec{v}$. Vậy động lượng của tên lửa sau khi phụt khí là: (M + dM)($\vec{v}+d\vec{v}$). Động lượng của hệ sau khi phụt khí là:

$$K_2 = dM_1(\vec{u}+\vec{v}) + (M+dM)(\vec{v}+d\vec{v}) \text{ với } dM = -dM_1$$

Giả sử không có thành phần lực tác dụng theo phương chuyển động, theo định luật bảo toàn động lượng ta có:

$$\vec{K}_1 = \vec{K}_2$$

Hay $$(-dM(\vec{v}+d\vec{v}) + (M+dM)(\vec{v}+d\vec{v}) = M\vec{v})$$

Khai triển các phép tính trong biểu thức trên và bỏ qua số hạng vô cùng bé bậc hai - $-dM.d\vec{v}$ ta được:

Mdv = - udM (vì $d\vec{v}$ và $\vec{u}$ ngược chiều

$$dv = -u\frac{dM}{M} \rightarrow \int_0^v dv = -u\int_{M_0}^{M}\frac{dM}{M} \rightarrow v = u\ln\frac{M_0}{M} \qquad (3.12)$$

Công thức (3.12) gọi là công thức Xiôncôpxki. Theo công thức này, muốn cho vận tốc tên lửa lớn thì vận tốc phụt khí (đối với tên lửa) phải lớn và tỷ số - cũng phải lớn.

3.3. Chuyển động của vật rắn quanh một trục cố định

Vật rắn là một hệ chất điểm trong đó khoảng các giữa các chất điểm luôn luôn không đổi. Chuyển động của một vật rắn nói chung phức tạp, nhưng người ta chứng minh được rằng mọi chuyển động của vật rắn bao giờ cũng có thể quy về tích của hai chuyển động cơ bản: chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay.

3.3.1. Bậc tự do của vật rắn

Khi mô tả chuyển động của một vật rắn, ta phải xác định được chuyển động của bất kỳ điểm nào của vật. Để xác định vị trí của vật rắn ta cần phải xác định vị trí của ba điểm bất kỳ không thẳng hàng của nó, nghĩa là cần và chỉ cần xác định vị trí của một tam giác bất kỳ gắn liền với vật rắn. Để xác định vị trí của một điểm trong không gian cần phải xác định ba tọa độ, do đó vị trí của ba điểm bất kỳ được xác định bởi chín tọa độ. Tuy nhiên, do tính chất của vật rắn, ba điểm đó chính là ba đỉnh của một tam giác xác định nên chín tọa độ đó không độc lập đối với nhau mà liên hệ với nhau bằng ba phương trình xác định độ dài không đổi của ba cạnh tam giác, thành thử chỉ còn có sáu tọa độ là độc lập. Do đó để xác định vị trí của vật rắn chỉ cần 6 tọa độ hay 6 tham số độc lập.

Vậy: *Số tham số độc lập cần biết để xác định hoàn toàn vị trí của vật rắn gọi là số bậc tự do của nó.*

Vật rắn hoàn toàn tự do có 6 bậc tự do. Nếu vật rắn không hoàn toàn tự do thì bậc tự do của nó giảm xuống. Ví dụ vật rắn có một điểm hoàn toàn cố định thì ba tọa độ của điểm đó là hoàn toàn xác định và vật rắn chỉ còn ba bậc tự do. Vật rắn có hai điểm hoàn toàn cố định chỉ có một bậc tự do: nó chỉ có thể quay quanh trục đi qua hai điểm trên và bậc tự do còn lại của nó sẽ xác định vị trí của vật quanh trục đó.

Nghiên cứu chuyển động của vật rắn tức là phải xác định hoàn toàn vị trí của vật rắn tại mọi thời điểm, nói cách khác cần phải xác định được qui luật biến thiên theo thời gian của các tham số độc lập. Rõ ràng là số phương trình cần phải biết bằng số tham số độc lập hay là bậc tự do của vật rắn.

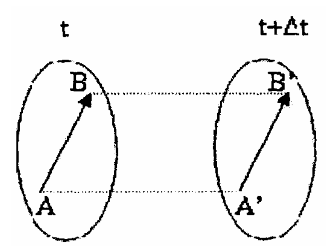
Vậy: *bậc tự do của vật rắn cho biết số phương trình chuyển động độc lập cần phải biết để có thể hoàn toàn xác định chuyển động của vật rắn.*

3.3.2. Chuyển động tịnh tiến

Khi một vật rắn chuyển động tịnh tiến mọi chất điểm của nó chuyển động theo những quỹ đạo giống nhau, *vậy chuyển động tịnh tiến của vật rắn là chuyển động mà trong đó $\overline{AB}$ xác định bởi hai điểm bất kỳ A và B của vật rắn luôn song song với chính nó.*

Tại mỗi thời điểm các chất điểm của vật rắn tịnh tiến đều có cùng vectơ vận tốc và gia tốc.

Vậy:- trong chuyển động tịnh tiến của vật rắn, quỹ đạo của mọi điểm là những đường cong như nhau, mọi nhau.



Giả thiết $\vec{a}$ là vectơ gia tốc chung của các chất điểm $M_1, M_2, \ldots, M_i$;, của vật rắn, các chất điểm này lần lượt có khối lượng là $m_1, m_2, \ldots, m_i$;, và lần lượt chịu các ngoại lực tác dụng là $F_1, F_2, \ldots, F_i$. Theo định luật II Newton ta có:

$$m_1\vec{a} = \vec{F}_1$$
$$m_2\vec{a} = \vec{F}_2$$
$$m_3\vec{a} = \vec{F}_3$$

Các phương trình này chứng tỏ rằng các ngoại lực tác dụng lên vật rắn $F_1, F_2, \ldots, F_i$ song song và cùng chiều, đây là một điều kiện cần để một vật chuyển động tịnh tiến. Cộng các phương trình (3.13) vế theo vế ta được:

$$\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right).\vec{a} = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i \qquad (3.14)$$

Đây là phương trình chuyển động của vật rắn tịnh tiến; nó giống như phương trình chuyển động của một chất điểm có khối lượng bằng khối lượng tổng cộng của vật rắn và chịu tác dụng một lực bằng tổng ngoại lực tác dụng lên vật rắn. Đây cũng chính là phương trình chuyển động của khối tâm của vật rắn.

Như vậy, muốn khảo sát *chuyển động tịnh tiến của một vật rắn* ta chỉ cần xét *chuyển động của khối tâm* của nó.

3.3.3. Chuyển động quay

Xét một vật rắn quay quanh trục quay Δ với vận tốc góc ω_0 khi đó bậc tự do của vật rắn chỉ còn bằng một. Vị trí của vật rắn được xác định bởi một tọa độ duy nhất là góc quay θ. Ta có những nhận xét sau:

Mọi điểm của vật rắn vạch nên những vòng tròn có tâm nằm trên trục quay. Trong cùng một khoảng thời gian, mọi điểm của vật rắn đều quay được một góc θ như nhau.

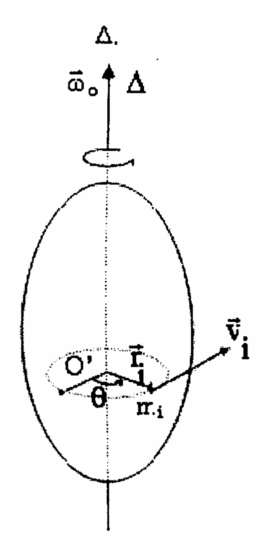
Tại cùng một thời điểm, mọi điểm của vật rắn đều có cùng vận tốc góc:

$\omega_0 = \dfrac{d\theta}{dt}$ và gia tốc góc $\beta = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

Tại một thời điểm, vectơ vận tốc dài $\vec{v}$ và gia tốc tiếp tuyến của một chất điểm bất kỳ của vật rắn liên hệ với vận tốc góc và gia tốc góc bởi các hệ thức sau:

$$\vec{v} = (\omega_0 x \vec{r})$$
$$\vec{a}_1 = (\beta\beta\vec{r})$$

Đây là những tính chất động học của chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục cố định.



3.4. Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn

Trong bài này ta sẽ thiết lập những phương trình cơ bản mô tả chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục.

3.4.l. Mômen lực

a. Tác dụng của lực trong chuyển động quay

Giả thiết có một lực F tác dụng lên một vật rắn quay quanh trục Δ, đặt tại một điểm M. Trước hết ta phân tích F ra hai thành phần:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Trong đó $\vec{F}_1 \perp$ trục và $F_2 /\!/$ trục. Lực $\vec{F}_1$, nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục Δ đi qua M lại được phân tích thành hai thành phần:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_n$$

Trong đó $\vec{F}_1 \perp$ bán kính OM, nghĩa là nằm theo tiếp tuyến của vòng tròn tâm O bán kính OM, còn $\vec{F}_n$ nằm theo bán kính OM. Kết quả ta có:

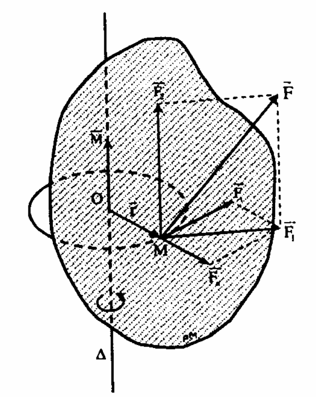
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_n + \vec{F}_2$$

Trên hình (3.1) ta thấy rằng:

- Thành phần $\vec{F}_2$ không gây ra chuyển động quay, chỉ có tác dụng làm vật rắn trượt dọc theo trục quay, chuyển động này không thể có vì theo giả thiết, vật rắn chỉ quay xung quanh trục Δ

- Thành phần $\vec{F}_n$ không gây ra chuyển động quay, chỉ có tác dụng làm vật rắn rời khỏi trục quay, chuyển động này cũng không thể có.

- Như vậy, trong chuyển động quay, tác dụng của lực $\vec{F}$ tương đương với tác dụng của thành phần $\vec{F}_t$ của nó.



Hình 3.1. Tác dụng của lực trong chuyển động quay.

Kết luận: Trong chuyển động quay của một vật rắn xung quanh một trục chỉ những thành phần *lực tiếp tuyến với quỹ đạo của điểm đặt mới có tác dụng thực sự.*

Vì vậy trong các phần sau, để đơn giản, ta có thể giả thiết rằng, các lực tác dụng lên vật rắn chuyển động quay đều là lực tiếp tuyến.

b. Mômen của lực đối với trục quay

Xét tác dụng của một lực tiếp tuyến $\vec{F}_t$ đặt tại một điểm M ứng với bán kính OM=r. Thực nghiệm chứng tỏ rằng, tác dụng của lực F, không những phụ thuộc cường độ của nó mà còn phụ thuộc khoảng cách r: khoảng cách này càng lớn thì tác dụng của lực càng mạnh. Để đặc trưng cho tác dụng của lực trong chuyển động quay, người ta đưa ra một đại lượng gọi là *mômen* lực.

Định nghĩa: Mômen của lực $\vec{F}$, đối với trục quay Δ là một vectơ $\overrightarrow{M}$ xác định bởi (hình 3.1)

$$\overrightarrow{\mathfrak{M}} = \vec{r} \wedge \vec{F}_t \qquad (3.15)$$

Theo định nghĩa này, vectơ có phương vuông góc với mặt phẳng chứa $\vec{r}$ và $\vec{F}_t$ nghĩa là phương của trục quay, có chiều thuận với chiều quay từ r sang F_t có trị số:

$$\mathfrak{M} = r.F_t.\sin(\vec{r}, \vec{F}_t) \qquad (3.16)$$

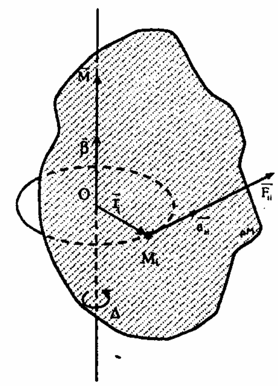
Chú ý: vì trong chuyển động quay tác dụng của lực $\vec{F}_1$ tương đương với tác dụng của lực $\vec{F}_t$ nên người ta cũng định nghĩa $\overrightarrow{M}$ là vectơ mômen của $\vec{F}_t$ đối với trục Δ. Ta có thể dễ dàng chứng minh được rằng: *Mômen của một lực $\vec{F}_1$ đối với trục Δ sẽ bằng không khi lúc đó bằng không hoặc khi đó đồng phẳng với* Δ.

- Ta cũng thấy rằng mômen $\overrightarrow{M}$ của $\vec{F}_t$ đối với trục Δ là mômen của $\vec{F}_t$ đối với điểm O, giao điểm của Δ và mặt phẳng chứa $\vec{F}_t$ vuông góc với Δ.

3.4.2. Thiết lập phương trình cơ bản của chuyển động quay

Thực nghiệm đã chứng tỏ rằng: tác dụng của các ngoại lực làm thay đổi trạng thái chuyển động của vật rắn quay, cụ thể là làm cho nó quay có gia tốc. Chúng ta sẽ thiết lập phương trình nêu lên mối liên hệ đó.

Gọi M_i là một chất điểm bất kỳ của vật rắn, cách trục một khoảng là ri ứng với bán kính vectơ $\overrightarrow{OM_i} = \vec r$ có khối lượng mi và chịu tác dụng của ngoại lực tiếp tuyến $\vec F_{ti}$ (tổng hợp các nội lực tác dụng lên các chất điểm của vật rắn bằng không, do vậy chúng không ảnh hưởng gì đến chuyển động quay).



Hình 3.2.
Thiết lập phương trình cơ bản của chuyển động quay.

Chất điểm M_i sẽ chuyển động với vectơ gia tốc tiếp tuyến $\vec a_{ti}$; cho bởi: $\vec m_i \vec a_{ti} = \vec F_i$ Nhân hữu hướng hai vế biểu thức trên với bán kính vectơ $\overrightarrow{OM_i} = \vec r_i$ ta được:

$$m_i.\vec r_i \wedge \vec a_{ti} = \vec r_i \wedge \vec F_{ti} = \overrightarrow{\mathfrak{M}}_i \tag{3.17}$$

Ta lại có:

$$\vec r_i \wedge \vec a_{ti} = \vec r_i \wedge \left(\vec\beta \wedge \vec r_i\right) \tag{3.18}$$

Khai triển ngoại tích kép ở hai vế của (3.17) ta được:

$$\vec r_i \wedge \vec a_{ti} = \left(\vec r_i.\vec r_i\right).\vec\beta -_i \left(\vec r_i.\vec\beta\right).\vec r_i = \vec r_i^{\,2}.\vec\beta - 0 \text{ (vì } \vec r_i \perp \vec\beta)$$

vậy (3.18) trở thành:

$$m_i.r_i^2.\vec\beta = \overrightarrow{\mathfrak{M}}_i \tag{3.19}$$

cộng các phương trình (3.19) vế với vế theo i (cộng theo tất cả các chất điểm của vật rắn) ta được:

$$\left(\sum_i m_i.r_i^2\right).\vec\beta = \sum_i \overrightarrow{\mathfrak{M}}_i \tag{3.20}$$

Trong phương trình (3.19) $\sum_i \overrightarrow{M_i} = M$ = *tổng hợp mômen các ngoại lực* tác dụng lên vật rắn $\sum_i m_i.r_i^2$ = I gọi là *mômen quán tính* của vật rắn đối với trục Δ (bằng tổng mômen quán tính của các chất điểm của vật rắn). Vậy ta có thể viết lại biểu thức (3.20) như sau:

$$I.\vec\beta = \overrightarrow{\mathfrak{M}} \tag{3.21}$$

Phương trình (3.21) gọi là phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục. Từ (3.21) ta cũng có thể viết lại như sau:

$$\vec{\beta} = \frac{\overrightarrow{\mathfrak{M}}}{I} \qquad (3.22)$$

Và có thể phát biểu như sau: Gia tốc góc trong chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục tỷ lệ với tổng hợp mômen các ngoại lực đối với trục và tỷ lệ nghịch với mômen quán tính của vật rắn đối với trục.

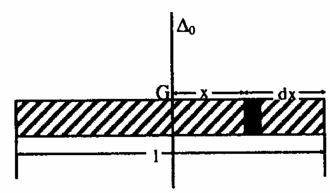
Phương trình (3.21) nêu lên mối liên hệ giữa tác dụng ngoại lực đối với vật rắn quay, đặc trưng bởi vectơ mômen $\vec{M}$ và sự thay đổi trạng thái chuyển động của vật rắn quay, đặc trưng bởi yectơ gia tốc góc $\vec{\beta}$. Phương trình này tương tự như phương trình của định luật II Newton đối với chuyển động tịnh tiến $m\vec{a} = \vec{F}$, trong đó I có ý nghĩa tương tự như khối lượng m. Vậy, *I là đại lượng đặc trưng cho mức quán tính của vật rắn trong chuyển động quay.*

3.4.3. Tính mômen quán tính

Mômen quán tính I của vật rắn đối với một trục Δ được tính theo công thức:

$$I = \sum_i m_i . r_i^2 \qquad (3.23)$$

Trong đó $m_i, .r^2_i$ là mômen quán tính của chất điểm M_i của vật rắn đối với trục và phép cộng lấy cho tất cả các chất điểm của vật rắn.



Hình 3.3.
Tính mômen quán tính của thanh.

Nếu khối lượng của vật rắn phân bố một cách liên tục, muốn tính mômen quán tính I, ta chia vật rắn thành những phần tử vô cùng nhỏ, mỗi phần tử có khối lượng vi phân dm và cách trục Δ một khoảng r; khi đó phép cộng ở vế phải của (3.23) trở thành phép lấy tích phân:

$$I = \int r^2 dm \text{ (tích phân cho toàn bộ vật rắn)} \qquad (3.24)$$

<u>Ví dụ 1</u>: Tính mômen quán tính I của một thanh đồng chất chiều dài 1, khối lượng M đối với trục Δ_0 đi qua trung điểm G của thanh và vuông góc với thanh. Ta xét một phần tử của thanh khối lượng dm, chiều dài dx cách G một đoạn x. Mômen quán tính của tìm đối với trục Δ_0 là:

$$dI = x^2.dm \ (3.25)$$

Vì thanh là đồng chất nên khối lượng của các đoạn trên thanh tỷ lệ với chiều dài của các đoạn đó:

$$\frac{dm}{M} = \frac{dx}{l} \text{ hay } dm = \frac{M}{l} dx$$

Do đó, (3.25) trở thành: $dI = \frac{M}{l} \cdot x^2 \cdot dx$

Mômen quán tính I của thanh đối với trục Δ_0 là:

$$I = \int dI = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{M}{l} \cdot x^2 \cdot dx = \frac{Ml^2}{12} \qquad (3.26)$$

Ví dụ 2: Tính mômen quán tính của một đĩa đồng chất bán kính R, khối lượng M đối với trục Δ_0 của đĩa:

Ta phân tích đĩa thành những phần tử hình vành khăn bán kính x, bề rộng dx. diện tích vành khăn là:

$$dS = d(x\,\pi x^2) = 2\pi x dx$$

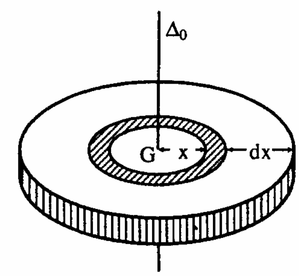
Gọi khối lượng của phần tử hình vành khăn là md, mômen quán tính của nó là:

$$dI = x^2 dm \qquad (3.27)$$

Vì đĩa đồng chất nên khối lượng của các phần tử trên đĩa tỷ lệ với diện tích của các phần tử:

$$\frac{dm}{M} = \frac{dS}{\pi R^2} = \frac{2\pi x dx}{\pi R^2} = \frac{2xdx}{R^2}$$

và



Hình 3.4:
Tính mômen quán tính của đĩa

$$dm = \frac{2M}{R^2} xdx$$

Do đó, (3.27) trở thành:

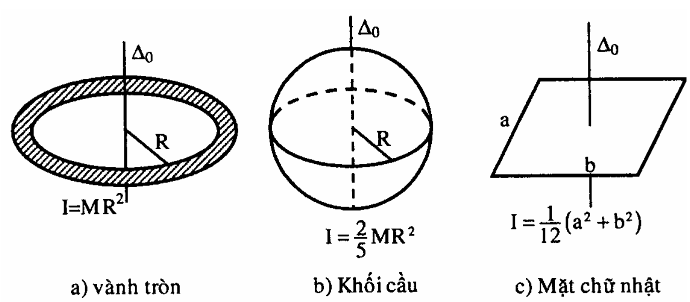
$$dI = \frac{2M}{R^2} x^3 dx \qquad (3.28)$$

Mômen quán tính I của đĩa đối với trục Δ_0 bằng:

$$I = \int dI = \int_0^R \frac{2M}{R^2} . x^3 dx = \frac{MR^2}{2} \qquad (3.29)$$

Chú ý: Biểu thức của I trong (3.29) không phụ thuộc chiều dày của đĩa, vì vậy, công thức (3.29) cũng áp dụng được để tính I của một vật đồng chất hình trụ tròn khối lượng M, bán kính R.

Bằng những phép tính tương tự, ta có thể tìm được mômen quán tính của những vật đồng chất có hình dạng đối xứng đối với trục của chúng.

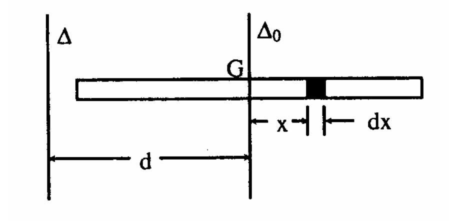


Hình 3.5. Mômen quán tính của mã số vật rắn.

Định lý Stein-Huygen:

Ở trên ta tìm được mômen quán tính của các vật đối với trục đối xứng Δ_0 đi qua khối tâm G của chúng. Trong nhiều trường hợp ta phải tìm mômen quán tính đối với một trục bất kỳ. Khi đó ta có thể áp dụng định lý Stein-Huygen sau:

Mômen quán tính của một vật rắn đối với một trục Δ bất kỳ bằng mômen quán tính của vật đối với trục Δ_0 song song với Δ đi qua khối tâm G của vật cộng với khoảng cách d giữa hai trục: $I = I_0 + Md^2$ (3.30)



Hình 3.6. Chứng minh định lý Huyghen.

Dưới đây sẽ chứng minh định lý này cho một trường hợp đơn giản: trường hợp của thanh đồng chất chiều dài 1 khối lượng M.

Giả thiết hai trục Δ và Δ_0 cùng vuông góc với thanh (hình 3.6). Lấy một phần tử chiều dài dx, khối lượng dm của thanh, cách G một khoảng x (x > 0 nếu tìm ở bên phải G và x < 0 nếu tìm ở bên trái G). Mômen quán tính của tìm đối với trục Δ là $(d+x)^2dm$; mômen quán tính của thanh đối với trục Δ là:

$$I = \int dm(x+d)^2 \text{ (tích phân theo các phần tử của thanh)}$$

Khai triển các phép tính ta có:

$$I = \int dm(x^2 + 2dx + d^2) \; = \int x^2 dm + 2d\int xdm + d^2 \int dm$$

Nhưng $\int x^2 dm = I_0$ = mômen quán tính của thanh đối với trụcΔ_0; $\int dm = M$ = khối lượng của thanh; $\int xdm = 0$, vì trong tổng đó cứ mỗi phần tử bên phải dx (có x > 0) lại ứng với một phần tử đối xứng bên trái dx (có x > 0), do đó hai số hạng tương ứng có x ngược dấu nên khử nhau. Cuối cùng ta có:

$$I = I_0 + Md^2$$

3.5. Mômen động lượng của một hệ chất điểm

3.5.1. Định nghĩa

Một hệ chất điểm M_i, M_2,…,M_i,... lần lượt cổ khối lượng m_1 ,m_2,..., m_i,...và chuyển động với những vận tốc $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$,..., $\vec{v}_i$,... đối với một hệ quy chiếu gốc O. Tại thời điểm t vị trí những chất điểm ấy được xác định bởi các vector bán kính $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$,..., $\vec{r}_i$,...

Mômen động lượng của hệ chất điểm đối với điểm O được định nghĩa bởi:

$$\vec{L} = \sum \vec{L_i} = \sum \vec{r_i} \wedge m\vec{v_i} \qquad (3.31)$$

bằng tổng các mômen động lượng của các chất điểm trong hệ đó với O.

Chúng ta hãy xét một số trường hợp riêng

a. Hệ chất điểm quay xung quanh một trục cố định Δ

Khi đó, theo chứng minh ở phần trước ta có mômen động lượng của một chất điểm (m_i, $\vec{r}_i$):

$$L_i = I_i\vec{\omega}_i \quad (3.32)$$

trong đó $I = m_i r_i^2$ là mômen quán tính của chất điểm đối với trục quay Δ, ω_i là vận tốc góc của chất điểm trong chuyển động quay xung quanh Δ.

Khi đó mômen động lượng của hệ được xác định bởi:

$$\vec{L} = \sum_i \vec{L_i} = \sum_i I_i \vec{\omega_i} \quad (3.33)$$

b. Trường hợp vật rắn quay xung quanh một trục cố định Δ.

Khi đó mọi chất điểm của vật rắn quay đều có cùng vận tốc góc.

$$\vec{\omega_1} = \vec{\omega_2} = \ldots = \vec{\omega_i} = \ldots = \vec{\omega} \quad (3.34)$$

Vậy

$$\vec{L} = \sum_i I_i \vec{\omega_i} = \left(\sum_i I_i\right)\vec{\omega} = I\vec{\omega} \quad (3.35)$$

trong đó $I = \sum_i I_i = \sum_i m_i r_i^2$ là mômen quán tính của vật rắn đối với trục quay Δ

3.5.2. Định lý về mômen động lượng của một hệ chất điểm

Đối với chất điểm (m;, r) của hệ khi áp dụng định lí về mômen động lượng ta được:

$$\frac{d\vec{L_i}}{dt} = \vec{\mathfrak{M}}(O, \vec{F_i}) \quad (3.36)$$

$\vec{M}$ (O, $\vec{F_i}$) là tổng mômen đối với gốc O của các lực tác dụng lên chất điểm (m_i).

Cộng các phương trình trên theo I ta được:

$$\sum_i \frac{d\vec{L_i}}{dt} = \sum_i \vec{\mathfrak{M}}(O, \vec{F_i}) \quad (3.37)$$

Vế trái (3.37) = $\frac{d}{dt}\vec{L}$ là đạo hàm theo thời gian của mômen động lượng của hệ. Vế phải của (3.37) biểu thị tổng mômen đối với gốc O của các lực tác dụng lên các chất điểm của hệ. Các lực tác dụng lên các chất điểm của hệ bao gồm các ngoại lực tác dụng và các nội lực tương tác của các chất điểm trong hệ. Chú ý rằng các nội lực tương tác của các chất điểm trong hệ từng đôi một đối nhau (cùng phương, ngược chiều và cùng độ lớn), do đó, tổng mômen đối với O của những lực này sử bằng 0. Vậy vế phải của (3.37) chỉ còn là tổng mômen đối với O của các ngoại lực tác dụng lên hệ. Kết quả ta thu được công thức sau:

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \sum_i \overrightarrow{\mathcal{M}}(O, \vec{F}_i) = \overrightarrow{\mathcal{M}} \qquad (3.38)$$

Định lí: *Đạo hàm theo thời gian của mômen động lượng của một hệ chấm điểm bằng tổng mômen các ngoại lực tác dụng lên hệ* (đối với một điểm gốc O bất kì)

Chúng ta hãy xét một trường hợp riêng: hệ chất điểm là một vật rắn quay xung quanh một trục cố định Δ. Có: $\vec{L} = I\vec{\omega}$ $I = m_i r_i^2$, do đó định lí về mômen động lượng có thể viết:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = \overrightarrow{\mathcal{M}} \qquad (3.39)$$

trong đó $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ là tổng mômen các ngoại lực tác dụng lên vật rắn quay.

Tích phân phương trình (3.39) từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2 tương ứng với sự biến thiên của t từ L_1 đến L_2 ta được:

$$\Delta\vec{L} = \overrightarrow{L_2} - \overrightarrow{L_1} = \int_{t_1}^{t_2} \overrightarrow{\mathcal{M}} dt \qquad (3.40)$$

Đại lượng $\int_{t_1}^{t_2} \overrightarrow{\mathcal{M}} dt$ được gọi là mômen xung lượng của mômen lực $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ trong khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$:

Nếu $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ = không đổi thì ta được:

$$\Delta\vec{L} = \overrightarrow{\mathcal{M}}\Delta t \qquad (3.41)$$

Chú ý: đối với vật rắn quay xung quanh một trục cố định, mômen quán tính I = const. Vì vậy, ta có thể viết

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\beta} \quad \rightarrow \quad I\vec{\beta} = \overrightarrow{\mathcal{M}} \qquad (3.42)$$

trong đó $\beta = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ là gia tốc góc và phương trình (3.42) là phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn xung quanh một trục mà ta đã biết.

3.6. Định luật bảo toàn mômen động lượng

3.6.1. Thiết lập

Giả sử có một hệ chất điểm không chịu tác dụng của các ngoại lực (hệ chất điểm cô lập) hoặc có chịu tác dụng của các ngoại lực nhưng tổng mômen của các ngoại lực ấy đối với điểm gốc O bằng 0. Khi đó theo định lí về mômen động lượng ta có:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \overrightarrow{\mathcal{M}} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{L} = \overline{\text{const}} \qquad (3.43)$$

Vậy: *Đối với một hệ chất điểm cô lập hay chịu tác dụng của các ngoại lực nhưng tổng mômen của các ngoại lúc ấy đối với điểm gốc O bằng 0, thì tổng mômen động lượng của hệ là một đại lượng bảo toàn.*

3.6.2. Trường hợp hệ quay xung quanh một trục cố định

Định lí về mômen động lượng đối với hệ trong trường hợp này:

$$\frac{d}{dt}(I_1\overrightarrow{\omega_1} + I_2\overrightarrow{\omega_2} + ... + I_i\overrightarrow{\omega_i} + ...) = \overrightarrow{\mathcal{M}} \qquad (3.44)$$

Cần chú ý rằng các vector vận tốc góc và vector mômen lực đều nằm trên trục quay. Khi $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ ta được kết quả: $I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 + I_i\vec{\omega}_i + ... = \overline{\text{const}}$

3.6.3. Một vài ứng dụng của định luật bảo toàn mômen động lượng

Đối với một hệ quay xung quanh một trục với vận tốc góc ω, nếu tổng hợp mômen ngoại lực tác dụng bằng không thì mômen động lượng của hệ bảo toàn:

$$I\omega = \text{const}$$

Nếu vì một lí do nào đó mômen quán tính I của hệ tăng thì ω giảm, hệ quay chậm lại; ngược lại nếu I giảm thì ω tăng, hệ quay nhanh lên. Ta có thể nêu một vài thí dụ minh họa tính chất đó.

CHƯƠNG 4. NĂNG LƯỢNG

4.1. Công và công suất

4.1.1. Công

Xét một vật nằm yên trên bàn. Nó chịu tác dụng của hai lực: trọng lực và phản lực của mặt bàn, tổng hình học của các ngoại lực bằng không. Do đó, theo định luật bảo toàn động lượng thì động lượng của vật bảo toàn. Suy ra, vật phải giữ nguyên trạng thái nằm yên trên bàn.

Lại xét một ôtô chuyển động thẳng đều trên đường, mô chịu tác dụng của lực kéo của động cơ, lực cản của không khí, lực ma sát của mặt đường, trọng lượng của mô phản lực của mặt đường. Vì ôtô chuyển động thẳng đều, nên theo định luật I Newton thì tổng hình học của tất cả các lực tác dụng lên ôtô phải bằng 0. Do đó, theo định luật bảo toàn động lượng thì động lượng của ôtô không thay đổi theo thời gian. Như vậy, trạng thái chuyển động của ôtô và vật nằm trên mặt bàn là như nhau. Tuy nhiên, động cơ của ôtô phải hoạt động liên tục, tiêu tốn nhiên liệu để sản sinh ra lực kéo nhằm duy trì trạng thái chuyển động cơ học không thay đổi theo thời gian, trái lại vật nằm trên mặt bàn lại không cần tiêu tốn một tí năng lượng nào cả.

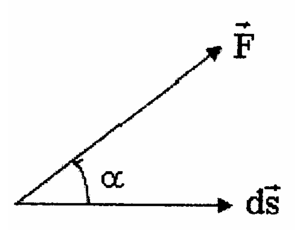
Nghiên cứu kỹ, ta thấy có sự khác nhau rất cơ bản giữa hai ví dụ nêu ra ở trên, đó là: điểm đặt của các lực tác dụng lên vật nằm trên mặt bàn không dịch chuyển, còn điểm đặt của lực kéo của động cơ ôtô liên tục dịch chuyển cùng ôtô.

Vậy, ta có thể nói rằng: *một lực sinh công khi điểm đặt của nó chuyển dời.*

Thí nghiệm chứng tỏ rằng, lượng nhiên liệu tiêu thụ bởi động cơ ôtô tỷ lệ với tích số của lực kéo $\vec{F}$ và quãng đường dịch chuyển x của điểm đặt của lực kéo (quãng đường dịch chuyển của ôtô).

Đại lượng được đo bằng *tích số của lực và quãng đường dịch chuyển của điểm đặt của lực gọi là công.*

Ví dụ trên cho thấy rằng năng lượng nhiệt chứa trong nhiên liệu khi bị đốt cháy trong động cơ ôtô đã chuyển thành công cơ học làm cho ôtô chuyển động. Vậy công chính là đại lượng đặc trưng cho phần năng lượng chuyển đổi từ dạng năng lượng này sang dạng năng khác, hay chính là phần năng lượng trao đổi giữa các vật.



Hình 4.1

Dưới tác dụng của lực $\vec{F}$ giả sử chất điểm dịch chuyển được một đoạn đường vi phân $d\vec{s}$. Công vi phân dA mà lực $\vec{F}$ thực hiện được trên đoạn đường $d\vec{s}$ là tích vô hướng của hai vectơ:

$$dA = \vec{F}.d\vec{s} = F.ds.\cos\alpha \qquad (4.1)$$

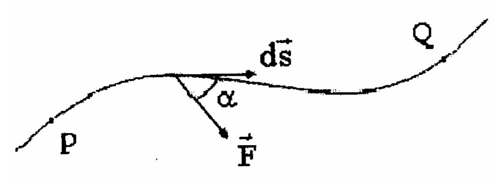
Nếu: $\alpha < \pi/2$ thì $dA > 0$: công hữu ích

$\alpha < \pi/2$ thì $dA = 0$: lực tác dụng vuông góc với chuyển động nên không sinh công.

$\alpha > \pi/2$ thì $dA < 0$: công cản (ví dụ công của lực ma sát)

Từ biểu thức (4.1) ta suy ra đơn vị của công là Jun (J): 1J = 1Nm.

Biểu thức này chỉ đúng cho trường hợp lực $\vec{F}$ không đổi và chuyển dời của s là thẳng. Trong trường hợp tổng quát điểm đặt của lực $\vec{F}$ chuyển dời từ điểm P đến điểm Q trên quỹ đạo, trong quá trình này lực thay đổi. Để tính công trong trường hợp này ta chia đoạn đường PQ thành nhiều đoạn con dự, rồi



Hình 4.2

áp dụng công thức (4.1) tính công vi phân dA trên đoạn $d\vec{s}$ đó, rồi cộng tất cả các công vi phân lại ta sẽ tính được công mà lực $\vec{F}$ thực hiện được trên đoạn đường PQ:

$$dA = \vec{F}.d\vec{s} \rightarrow A = \int_P^Q dA = \int_P^Q \vec{F}.d\vec{s} \qquad (4.2)$$

Nếu phân tích vectơ $\vec{F}$ và $d\vec{s}$ thành các thành phần theo các trục toạ độ của hệ toạ độ Descarst thì ta có thể biểu diễn công A dưới dạng:

$$A = \int_P^Q (F_x dx + F_y dy + F_z dz) \qquad (4.3)$$

4.1.2. Công suất

Khi định nghĩa công mà lực $\vec{F}$ thực hiện được trên một đoạn đường nào đó ta không tính đến thời gian thực hiện công. Để đặc trưng cho khả năng sinh công nhanh hay chậm của một máy sinh công (*Ví dụ*: một động cơ) người ta đưa vào một đại lượng vật lý mới gọi là *công suất.*

Công suất trung bình P_{tb} của một máy sinh công là tỷ số của công ΔA và thời gian Δt để thực hiện công đó, ta có:

$$P_{tb} = \frac{\Delta A}{\Delta t} \qquad (4.4)$$

Về mặt ý nghĩa, công suất trung bình có giá trị bằng công trung bình của lực sinh ra trong đơn vị thời gian.

Để tính công suất tại từng thời điểm, ta cho $\Delta t \rightarrow 0$. Giới hạn của $\frac{\Delta A}{\Delta t}$ khi $\Delta t \rightarrow 0$ theo định nghĩa gọi là công suất tức thời (gọi tắt là công suất) của lực, được ký hiệu là:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} \qquad (4.5)$$

Vậy: *công suất có giá trị bằng đạo hàm của công theo thời gian.*

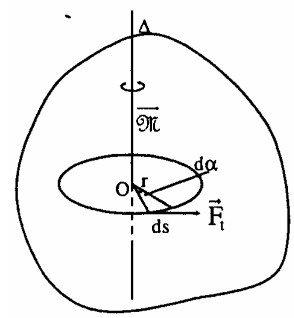
$$P = \frac{dA}{dt} = \vec{F}\frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v} \qquad (4.6)$$

Vậy: *công suất bằng tích vô hướng của lực tác dụng với vectơ vận tốc của chuyển rời.*

Đơn vị của công suất là Watt (W), 1w = 1J/s = 1 Nm/s.

4.1.3. Công và công suất của lực tác dụng trong chuyển động quay

Trong trường hợp một vật rắn quay xung quanh một trục Δ các lực tác dụng đều là lực tiếp tuyến (hình 4.3). Công vi phân của một lực tiếp tuyến $\vec{F}_t$ cho bởi:



Hình 4.3

$$dA = \vec{F}_t ds$$

(giả sử $\vec{F}_t$ hướng theo chiều chuyển động) nhưng ds = rdα, dù là góc quay ứng với chuyển rời $d\vec{s}$, vậy:

$$dA = rF_t da$$

Theo định nghĩa: $rF_t = \overrightarrow{M}$ mômen của lực $\vec{F}_t$ đối với trục quay Δ do đó:

$$dA = \overrightarrow{M}\, dA$$

Từ đây, ta có thể suy ra biểu thức của công suất:

$$P = \frac{dA}{dt} = \mathfrak{M}\frac{d\alpha}{dt}$$

Hay
$$P = \overline{\mathfrak{M}}.\vec{\omega} \qquad (4.8)$$

4.2. Năng lượng

4.2.1. Khái niệm năng lượng và định luật bảo toàn năng lượng

Tất cả các dạng cụ thể của vật chất vận động đều có năng lượng. Năng lượng là một đại lượng đặc trưng cho mức độ vận động của vật chất.

Một vật ở trạng thái nhất định thì có một năng lượng xác định. Khi một vật không cô lập nghĩa là có tương tác với môi trường bên ngoài thì vật đó sẽ biến đối trạng thái và trao đổi năng lượng với các vật bên ngoài. Sự trao đổi này có thể thực hiện băng nhiều cách. Nếu chỉ xét chuyền động cơ, thì sự trao đối năng lượng thực hiện như sau: vật đang khảo sát tác dụng những lực lên các vật bên ngoài và những lực này sinh công. Như vậy, công là một đại lượng đặc trưng cho quá trình trao đổi năng lượng giữa vật này và vật khác. Nói cách khác, khi một hệ thực hiện công thì năng lượng của nó biến đổi. Ta sẽ xem xét cụ thể các quá trình đó trong chương này.

Giả thiết trong một quá trình nào đó hệ biến đổi từ trạng thái 1 (có năng lượng W_1) sang trạng thái 2 (có năng lượng W_2); quá trình này hệ nhận từ bên ngoài một công A (công A là một lượng đại số có thể dương hay âm tuỳ theo hệ thực sự nhận công từ bên ngoài hay thực sự sinh công cho bên ngoài). Thực nghiệm chứng tỏ rằng độ biến thiên năng lượng $W_2 - W_1$ của hệ có giá trị bằng công A:

$$W_2 - W_1 = A \quad (4.9)$$

Ta có thể phát biểu: *"Độ biến thiên năng lượng của một hệ trong quá trình nào đó có giá trị bằng công mà hệ nhận được từ bên ngoài trong quá trình đó"*. Nếu hệ thực sự nhận công từ bên ngoài $A > 0$ năng lượng của hệ tăng, nếu thực sự sinh công cho bên ngoài, $A < 0$ năng lượng của hệ giảm.

Trong trường hợp một hệ cô lập (tức không tương tác với bên ngoài, không trao đổi năng lượng với bên ngoài) ta có $A = 0$, khi đó (4.9) cho ta:

$$W_2 = W_1 = \text{const} \quad (4.10).$$

Năng lượng của một hệ cô lập được bảo toàn.

Các phát biểu (4.9) hay (4. 10) chính là *nội dung của định luật bảo toàn năng lượng;* như vậy có nghĩa là: *Năng lượng không tự mất đi mà cũng không tự sinh ra, năng lượng chỉ chuyển từ hệ này sang hệ khác.*

Cần phân biệt hai khái niệm *công* và *năng lượng*. Một trạng thái của hệ tương ứng với một giá trị xác định của năng lượng của hệ; ta nói rằng *năng lượng là một hàm trạng thái,* còn công đặc trưng cho độ biến thiên năng lượng của hệ trong một quá trình nào đó. Công bao giờ cũng tương ứng với một quá trình cụ thể. Ta nói rằng *công là hàm quá trình.*

Mỗi hình thức vận động cụ thể tương ứng với một dạng năng lượng cụ thể.

Chẳng hạn như: vận động tương ứng với cơ năng; vận động nhiệt tương ứng với nội năng; vận động điện từ tương ứng với năng lượng điện từ. Tuy năng lượng được bảo toàn về số lượng những do tương tác giữa các hệ, do sự trao đổi năng lượng giữa hệ này và hệ khác, nên *năng lượng luôn luôn chuyển hoá từ dạng này sang dạng khác.*

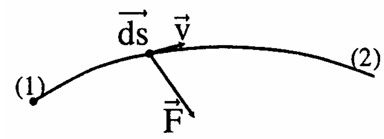
Định luật bảo toàn và chuyển hoá năng lượng là sự phản ánh về mặt khoa học tự nhiên tính không thể tiêu diệt được sự vận động của vật chất. Ănghen gọi định luật đó là *"quy luật cơ bản vĩ đại của sự vận động"*.

Từ định luật bảo toàn và chuyển hoá năng lượng chúng ta có thể rút ra một kết luận có tính thực tiễn. Theo (4.9) ta thấy rằng một hệ khi sinh công thực sự thì năng lượng của hệ giảm đi. Vì năng lượng của hệ là hữu hạn nên bản thân hệ không thể tự sinh công mãi mãi được. Muốn cho hệ tiếp tục sinh công, nhất thiết phải cung cấp thêm năng lượng cho hệ để bù lại phần năng lượng đã bị giảm trong quá trình làm việc. Như vậy, theo định luật bảo toàn và chuyển hoá năng lượng *không thể có một hệ sinh công mãi mãi và không nhận thêm năng lượng từ nguồn bên ngoài.* Một hệ sinh công mãi mãi mà không cần nhận thêm năng lượng bên ngoài gọi là một *động cơ vĩnh cửu.* Định luật bảo toàn và chuyển hoá năng lượng khẳng định sự không tồn tại của động cơ vĩnh cửu.

4.2.2. Động năng

a. Định lý về động năng

Động năng là phần cơ năng tương ứng với sự chuyển động của các vật. Muốn xác định biểu thức của động năng ta hãy tính công của lực ngoài tác dụng lên vật.



Hình 4.4

Xét một chất điểm khối lượng m, chịu tác dụng của một lực $\vec{F}$, và chuyển rời từ vị trí 1 sang vị trí 2 (hình 4.4). Công của lực $\vec{F}$ trong chuyển rời từ 1 sang 2 là:

$$A = \int_{(1)}^{(2)} \vec{F}\cdot\overrightarrow{ds}$$

Mà ta lại có: $\vec{F} = m\vec{a} = m\dfrac{\overrightarrow{dv}}{dt}$, thay vào biểu thức của A ta được:

$$A = \int_{(1)}^{(2)} m\cdot\frac{\overrightarrow{dv}}{dt}\cdot\overrightarrow{ds} = \int_{(1)}^{(2)} m\cdot\frac{\overrightarrow{ds}}{dt}\cdot\overrightarrow{dv} = \int_{(1)}^{(2)} m\vec{v}\cdot\overrightarrow{dv} = \int_{(1)}^{(2)} d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$$

Trong đó v_1 và v_2 là vận tốc của chất điểm tại các vị trí 1 và 2, thực hiện phép tích phân ta được:

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = A \qquad (4.11)$$

Theo (4.9) công A có trị số bằng độ biến thiên cơ năng (ở đây là động năng). Vậy ta có định nghĩa:

$\dfrac{mv_1^2}{2}$ =động năng chất điểm tại vị trí 1 = Wd_1

$\dfrac{mv_2^2}{2}$ = động năng chất điểm tại vị trí 2 = Wd_2

Tổng quát, biểu thức động năng của chất điểm có khối lượng m, vận tốc $\vec{v}$ cho bởi:

$$W_d = \frac{mv^2}{2} \qquad (4.12)$$

Biểu thức (4.11) trở thành: $W_{d2} - W_{d1} = A$ (4.13)

Định lý về động năng: *Độ biến thiên động năng của một chất điểm trong một quãng đường nào đó có giá trị bằng công của ngoại lực tác dụng lên chất điểm sinh ra trong quãng đường đó.*

Kết luận: *Khi động năng của một vật giảm thì ngoại lực tác dụng lên vật sinh một công cản; như thế nghĩa là vật đó tác dụng lên vật khác một lực và lực đó sinh công dương.*

b. Động năng trong trường hợp vật rắn quay

Phương trình biểu thị định lý về động năng trên chỉ áp dụng đối với một chất điểm hay một vật rắn chuyển động tịnh tiến. Còn đối với một vật rắn quay quanh trục Δ phương trình biểu thị định lý về động năng. có một dạng khác.

Trong chuyển động quay quanh một trục, biểu thức của công vi phân là:

$$dA = \vec{F}\overrightarrow{ds} = \overrightarrow{M}\,\vec{\omega}dt$$

theo phương trình cơ bản của chuyển động quay

$$\mathfrak{M} = I\frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt} \quad \rightarrow dA = I\frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt}\vec{\omega}dt = I\vec{\omega}\cdot\overrightarrow{d\omega} = d\left(I\frac{\vec{\omega}^2}{2}\right)$$

Hay
$$dA = d\left(I\frac{\vec{\omega}^2}{2}\right)$$

Tích phân hai vế của biểu thức trên trong một khoảng thời gian hữu hạn, trong đó vận tốc góc ω biến thiên từ ω_1 đến ω_2 ta được công của các ngoại lực tác dụng lên vật rắn quay trong khoảng thời gian đó là:

$$A = \frac{I\omega_2^2}{2} - \frac{I\omega_1^2}{2} \qquad (4.14)$$

Ta suy ra biểu thức sau của động năng của vật rắn quay là:

$$W_d = \frac{I\omega^2}{2} \qquad (4.15)$$

Chú ý: Trong trường hợp tổng quát vật rắn vừa quay, vừa chuyển động tịnh tiến, động năng toàn phần của vật rắn bằng tổng động năng quay và động năng tịnh tiến:

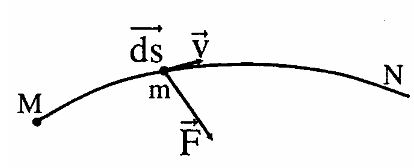
$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (4.16)$$

Trường hợp riêng: vật rắn đối xứng tròn xoay, lăn không trượt; khi đó vận tốc tịnh tiến liên hệ với vận tốc quay bởi hệ thức v = ωR (với R là bán kính tiết diện vật rắn ở điểm tiếp xúc với mặt phẳng trên đó vật rắn lăn không trượt). Vậy, ta có thể viết biểu thức động năng toàn phần như sau:

$$W_d = \frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{R^2}\right)v^2$$

4.2.3. Trường lực thế

Một chất điểm được gọi là chuyển động trong một trường lực nếu tại mỗi vị trí các chất điểm đều xuất hiện lực $\vec{F}$ tác dụng lên chất điểm ấy.



Hình 4.5

Lực $\vec{F}$ tác dụng lên chất điểm nói chung phụ thuộc vào vị trí của chất điểm: nói cách khác $\vec{F}$ là một hàm của các toạ độ của chất điểm và cũng có thể là một hàm của thời gian t. Trong bài này, ta không xét trường hợp $\vec{F}$ là hàm của t. Vậy nói chung ta có:

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x, y, z) \qquad (4.17)$$

Khi chất điểm chuyển động từ vị trí M đến vị trí N bất kỳ (hình 4.5) thì công của lực $\vec{F}$ bằng:

$$A_{MN} = \int_{MN} \vec{F} \cdot \overrightarrow{ds}$$

Nếu công A_{MN} của lực $\vec{F}$ không phụ thuộc đường dịch chuyển MN mà chỉ phụ thuộc vào vị trí điểm đầu M và điểm cuối N thì ta nói rằng: $\vec{F}(\vec{r})$ là lực của một trường lực thế.

Ta có thể dễ ràng chứng minh được *trọng trường đều* và *trường tĩnh điện Culông* là những *trường lực thế.*

4.2.4. Thế năng

a. Định nghĩa

Khi một chất điểm dịch chuyển từ vị trí M sang vị trí N trong trường lực thế thì công A_{MN} của trường lực chỉ phụ thuộc vào hai vị trí đầu và cuối M, N. Tính chất này ta có thể định nghĩa:

Thế năng của chất điểm trong trường lực thế là một hàm W_t phụ thuộc vào vị trí của chất điểm sao cho:

$$A_{MN} = W_t(M) - W_t(N) \quad (4.18)$$

Từ định nghĩa ta thấy rằng: nếu đồng thời cộng $W_t(M)$ và $W_t(N)$ với cùng một hằng số thì hệ thức định nghĩa trong (4.18) vẫn được nghiệm đúng, nói cách khác: *"thế năng của chất điểm tại một vị trí được định nghĩa sai khác một hằng số cộng".*

Ví dụ 1: Trong trọng trường đều, biểu thức công trong trường lực này là: $A_{MN} = mgz_1 - mgz_2$, ta suy ra biểu thức của thế năng chất điểm tại vị trí có độ cao z là L:

$$W_t(z) = mgz + C \quad (4.19)$$

Ví dụ 2: Trong điện trường Cu lông, biểu thức công trong trường lực này là:

$$A_{MN} = k\frac{q_0 q}{\varepsilon r_M} - k\frac{q_0 q}{\varepsilon r_N}$$

suy ra biểu thức tính thế năng của điện tích q_0 tại vị trí cách q một đoạn r là:

$$W_t(r) = k\frac{q_0 q}{\varepsilon r} + C \quad (4.20)$$

b. Tính chất

- Thế năng tại một vị trí được xác định sai khác một hằng số cộng nhưng hiệu thế năng giữa hai vị trí thì hoàn toàn xác định.

Giữa trường lực và thế năng có hệ thức sau:

$$A_{MN} = \int_{MN} \vec{F} \cdot \overrightarrow{ds} = W_t(M) - W_t(N) \quad (4.21)$$

Nếu cho chất điểm địch chuyển theo một vòng kín (M ≡ N) thì hệ thức trên đây trở thành

$$\oint \vec{F}\cdot\overrightarrow{ds} = 0 \qquad (4.22)$$

c. Ý nghĩa của thế năng

Thế năng là dạng năng lượng đặc trưng cho tương tác.

_Ví dụ 1_: Dạng thế năng của chất điểm trong trọng trường của quả đất là năng lượng đặc trưng cho tương tác giữa quả đất với chất điểm; ta cũng nói đó là thế năng tương tác giữa quả đất và chất điểm.

_Ví dụ 2:_ Thế năng của điện tích q_0 trong điện trường Culông của điện tích q là thế năng tương tác giữa q_0 và q.

4.2.5. Định luật bảo toàn cơ năng

Khi chất điểm khối lượng m chuyển động từ vị trí M đến vị trí N trong một trường lực thế thì công của trường lực cho bởi:

$$A_{MN} = W_t(M) - W_t(N)$$

Nếu chất điểm chỉ chịu tác dụng của trường lực thế thì theo định lý về động năng, ta có:

$$A_{MN} = W_d(N) - W_d(M)$$

Vậy: $$W_t(M) - W_t(N) = W_d(N) - W_d(M)$$

Hay $$W_d(M) + W_t(M) = W_d(N) + W_t(N) \qquad (4.23)$$

Vậy tổng: $$W_d(m) + W_t(M) = \text{const} \ (4.24)$$

Tổng này có giá trị không đổi, không phụ thuộc vào vị trí của chất điểm.

Tổng động năng và thế năng của chất điểm được gọi là cơ năng của chất điểm. Khi chất điểm chuyển động trong một trường lực thế (không chịu tác dụng của một lực nào khác) thì cơ năng của chất điểm là một đại lượng bảo toàn. Đây chính là *định luật bảo toàn cơ năng trong trường lực thế.*

_Vỉ du:_ Khi chất điểm khối lượng m chuyển động trong trọng trường đều thì:

$$W = \frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const} \qquad (4.25)$$

Hệ quả: Vì $W = W_d + W_t = \text{const}$ nên trong quá trình chuyển động của chất điểm trong trường lực thế nếu động năng W_d tăng thì thế năng W_t giảm và ngược lại; ở chỗ nào W_d đạt giá trị cực đại thì W_t cực tiểu và ngược lại.

Chú ý: Khi chất điểm chuyển động trong trường lực thế còn chịu tác dụng của một lực khác $\vec{F}$ (ví dụ lực ma sát) thì nói chung cơ năng của chất điểm không bảo toàn: độ biến thiên của cơ năng chất điểm sẽ bằng công của lực $\vec{F}$ đó.

4.3. Bài toán va chạm

Ta hãy khảo sát bài toán *va chạm* của hai quả cầu nhỏ chuyển động trên đường thẳng nối liền hai tâm của chúng (va chạm xuyên tâm).

Giả thiết hai quả cầu có khối lượng lần lượt là m_1 và m_2 Trước va chạm chúng có vectơ vận tốc là $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ (cùng phương); sau va chạm, chúng có vectơ vận tốc là $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$.

Trước hết ta hãy viết phương trình biểu diễn sự bảo toàn động lượng của hệ trước và sau va chạm:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1 + m_2v_2 \quad (4.26)$$

(ta chỉ viết phương trình đối với trị đại số của các vectơ vận tốc vì chúng cùng phương).

Để tìm được vận tốc $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ ta phải tìm thêm một phương trình nữa, muốn vậy ta phải xác định điều kiện va chạm. Ta xét hai trường hợp:

4.3.1. Va chạm đàn hồi

Động năng của hệ ($m_1 + m_2$) trước và sau Va chạm bảo toàn. Khi đó ta có:

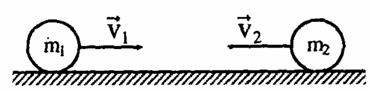
$$\frac{m_1v'^2}{2}+\frac{m_2v'^2_2}{2}=\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2} \qquad (4.27)$$

Từ (4.26) và (4.27) ta rút ra:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} \qquad (4.28)$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2} \qquad (4.29)$$

Theo kết quả (4.28) ta thấy rằng: trong trường hợp đặc biệt $m_1 = m_2$ thì $v_1 = v_2$ và $v_2 = v_i$; ta nói rằng hai quả cầu trao đổi vận tốc với nhau.



Hình 4.6. Va chạm của 2 quả cầu.

Nếu ban đầu quả cầu 2 đứng yên ($v_2 = 0$), ta sẽ có:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1 \qquad (4.30)$$

Trong trường hợp m_1 - m_2 thì $v_1 = 0$ và $v_2 = v_1$, như đã nói ở trên chúng trao đổi vận tốc với nhau, quả cầu 1 sẽ đứng yên, quả cầu 2 sẽ chuyển động với vận tốc bằng vận tốc của quả cầu 1 trước va chạm.

Trong trường hợp $m_1 \lll m_2$ theo (4.30) ta có:

$$v_1 \approx -v_2$$

$$v_2 \approx 0$$

nghĩa là quả cầu 2 vẫn đứng yên, quả cầu 1 bắn ngược trở lại với vận tốc bằng vận tốc tức thời (về giá trị) của nó trước va chạm.

4.3.2. Va chạm mềm

Sau va chạm hai quả cầu dính vào nhau chuyển động cùng vận tốc. Khi đó ta có:

Vậy (4.26) trở thành:

$$(m_1 + m_2)\, v = m_1v_1 + m_2v_2$$

Từ đây ta suy ra:

$$v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} \qquad (4.31)$$

Trong va chạm mềm, nói chung động năng không được bảo toàn mà bị giảm đi. Độ giảm động năng của hệ có trị số bằng:

$$-\Delta W_d = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\, v^2$$

$$-\Delta W_d = \frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}(v_1 - v_2)^2 \qquad (4.32)$$

Độ giảm động năng này có giá trị bằng công làm biến dạng hai quả cầu.

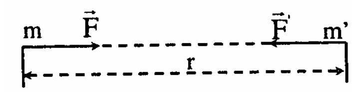
CHƯƠNG 5. TRƯỜNG HẤP DẪN

Nhiều hiện tượng trong tự nhiên chứng tỏ rằng các vật có khối lượng luôn luôn tác dụng lên nhau những lực hút. Trọng lực là lực hút của quả đất đối với các vật xung quanh nó. Quả đất quay xung quanh mặt trời là do lực hút của mặt trời; Mặt trăng quay xung quanh quả đất là do lực hút của quả đất. Giữa các vì sao trong vũ trụ cũng có lực hút lẫn nhau v.v... Các lực hút đó gọi là *lực hấp dẫn vũ trụ.* Giữa những vật xung quanh ta cũng có lực hấp dẫn vũ trụ nhưng giá trị của những lực này quá nhỏ nên ta không thể quan sát được. Nhà bác học Newton là người đầu tiên nêu lên định luật cơ bản về lực hấp dẫn vũ trụ.

5.1. Định luật vạn vật hấp dẫn

5.1.1. Định luật vạn vật hấp dẫn - Định luật Newton

Phát biểu: *Hai chất điểm khối lượng m và m' mặt cách nhau một khoảng r sẽ hút nhau bằng những lực có phương là đường thẳng nối hai chất điểm đó, có cùng độ tỷ lệ thuận với hai khối lượng m và m' và tỷ lệ nghịch với bình phương khoảng cách r:*



Hình 5.1

$$F = F' = G\frac{mm'}{r^2} \qquad (5.1)$$

Trong công thức trên, G là một hệ số tỷ lệ, phụ thuộc vào sự chọn các đơn vị và gọi là *hằng số hấp dẫn vũ trụ.*

Trong hệ đơn vị SI, thực nghiệm cho ta trị số của G là:

$$G = 6,67.10^{-11}\,Nm^2/kg^2 \approx \frac{1}{15}10^{-9}\,Nm^2/kg^2 \qquad (5.2)$$

Ví dụ: Cho $m = m_1 = 1kg$; $r = 0,1m$, ta tính được:

$$F = F' = 6,67.10^{-11}\frac{1,1}{0,1^2} = 6,67.10^{-9}\,N$$

Trị số này nhỏ quá không phát hiện được.

Chú ý:

+ Công thức (5.1) chỉ áp dụng cho trường hợp những chất điểm. Muốn tính lực hấp dẫn vũ trụ giữa các vật có kích thước lớn, ta phải dùng phương pháp tích phân.

+ Người ta đã chứng minh rằng vì lý do đối xứng công thức (5.1) cũng áp dụng được cho trường hợp hai quả cầu đồng chất, khi đó r là khoảng cách giữa hai tâm của quả cầu đó.

5.1.2. Khối lượng quán tính và khối lượng hấp dẫn

Khối lượng là độ đo về lượng (nhiều hay ít) vật chất chứa trong vật thể, có thể tính từ tích phân toàn bộ thể tích của vật:

$$m = \int p dV$$

Với p là khối lượng riêng.

Đơn vị tiêu chuẩn đo khối lượng ở Việt Nam, tuân theo hệ đo lường quốc tế, là kilôgam. Các quốc gia khác trên thế giới có thể sử dụng đơn vị đo khác. Tham khảo thêm tại trang đơn vị đo khối lượng.

Khối lượng của một vật là một đại lượng vật lý đặc trưng cho mức độ quán tính của vật đó. Vật có khối lượng lớn có sức ì lớn hơn và cần có lực lớn hơn để làm thay đổi chuyển động của nó. Mối liên hệ giữa quán tính với khối lượng được Isaac Newton phát biểu trong định luật 2 Newton. Khối lượng trong chuyển động thẳng đều còn được mở rộng thành khái niệm mômen quán tính trong chuyển động quay. Khối lượng của một vật cũng đặc trưng cho mức độ vật đó hấp dẫn các vật thể khác theo định luật vạn vật hấp dẫn Newton. Vật có khối lượng lớn có tạo ra xung quanh trường hấp dẫn lớn.

Khối lượng hiểu theo nghĩa độ lớn của quán tính, khối lượng quán tính, không nhất thiết trùng với khối lượng hiểu theo nghĩa mức độ hấp dẫn vật thể khác, khối lượng hấp dẫn. Tuy nhiên các thí nghiệm chính xác hiện nay cho thấy hệ khối lượng này rất gần nhau và một tiên đề của thuyết tương đối rộng của Albert Einstein phát biểu rằng hai khối lượng lượng này là một.

5.1.3. Một vài ứng dụng

a. Sự thay đổi của gia tốc trọng trường theo độ cao

Lực hút của quả đất đối với một chất điểm khối lượng m (lực trọng trường) chính là lực hấp dẫn vũ trụ.

Nếu m ở ngay trên mặt đất thì theo (5.1), lực hấp dẫn do quả đất tác dụng lên m bằng:

$$P_0 = G\frac{Mm}{R^2} \qquad (5.3)$$

trong đó M là khối lượng của quả đất. Nhưng lực trọng trường P_0 cũng bằng $P_0 = mg_0$ (5.4) với g_0 là giá trị của gia tốc trọng trường ngay trên mặt đất. So sánh (5.3) và (5.4) ta được:

$$g_0 = G\frac{M}{R^2} \qquad \textbf{(5.4a)}$$

Tại một điểm cách mặt đất độ cao h (hình 5.2), lực trọng trường tác dụng lên chất điểm khối lượng m tính bởi:

$$P = G\frac{Mm}{(R+h)^2} = mg \qquad (5.5)$$

suy ra giá trị của gia tốc trọng trường ở độ cao h là:

$$g = G\frac{M}{(R+h)^2} \qquad (5.6)$$

Từ (5.4a) và (5.6), ta có:

$$g = g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

Nhưng $$\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = \frac{1}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2} = \left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2}$$

Ta chi xét các độ cao hai, do đó h << R, và ta có thể viết gần đúng:

$$\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2} \approx 1-2\frac{h}{R}$$

Và biểu thức (5.6) trở thành: $g = g_0\left(1-2\frac{h}{R}\right)$ (5.7)

(5.7) là sự phụ thuộc của gia tốc trọng trường theo độ cao h. Theo (5.7) thì càng lên cao, g càng giảm.

b. Tính khối lượng của các thiên thể

Từ biểu thức (5.3), ta có thể tính khối lượng M của trái đất:

$$M = \frac{g.R^2}{G}$$

với R là bán kính trái đất, có giá trị trung bình là 6370km = 6,370.106m; g là gia tốc trọng trường trên mặt đất, lấy giá trị trung bình bằng 9,8m/s^2. vậy:

$$M = \frac{9,8.(6,371.10^6)^2}{6,67.10^{-11}} \approx 6.10^{24}\,kg$$

Nhờ công thức về lực hấp dẫn vũ trụ, ta cũng có thể tính được khối lượng mặt trời. Trái đất quay xung quanh mặt trời là do lực hấp dẫn của mặt trời đối với trái đất lực này đóng vai trò lực hướng tâm:

$$F = G\frac{MM'}{R'^2} \qquad (5.8)$$

Trong đó M' là khối lượng Mặt trời, R' là khoảng cách từ quả đất đến mặt trời; nếu quỹ đạo của quả đất quay xung quanh Mặt trời coi như quỹ đạo tròn (R' coi như không đổi và lấy bằng khoảng cách trung bình từ quả đất đến Mặt trời) thì lực hướng tâm $\vec{F}$ cho bởi công thức:

$$F = M\frac{v^2}{R'} \qquad (5.9)$$

v là vận tốc chuyển động của quả đất trên quỹ đạo. Vận tốc v của quả đất có liên hệ với chu kì quay T của nó:

$$v = \frac{2\pi R'}{T} \qquad (5.10)$$

Thay (5.10) vào (5.9) rồi so sánh với (5.8) ta được:

$$G\cdot\frac{MM'}{R'^2}=M\cdot\frac{(2\pi R')^2}{R'T^2}$$

Từ đó suy ra khối lượng Mặt trời

$$M'=\frac{4\pi^2}{T^2}\cdot\frac{R'^3}{G}$$

Tính cụ thể bằng số ta tìm được M ' = 2.1030kg

5.2. Tính chất thế của trường hấp dẫn

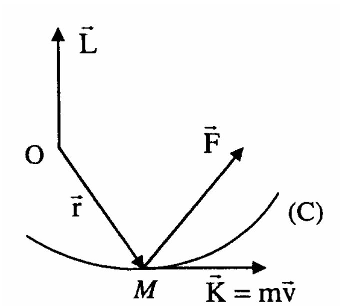
Để giải thích lực hấp dẫn, người ta cho rằng xung quanh một vật có khối lượng, tồn tại một trường hấp dẫn. Biểu hiện cụ thể của trường hấp dẫn là: bất kỳ một vật nào có khối lượng đặt tại một vị trí trong không gian của trường hấp dẫn đều chịu tác dụng của lực hấp dẫn.

5.2.1. Bảo toàn mômen động lượng trong trường hấp dẫn

Ta khảo sát chuyển động của một chất điểm khối lượng m trong trường hấp dẫn của một chất điểm khối lượng M đặt cố định tại một điểm O. Chọn O làm gốc tọa độ, định lý về mômen động lượng áp dụng đối với chất điểm m cho ta:

$$\frac{d}{dt}(\vec{L})=\vec{\mathfrak{M}}(O,\vec{F})$$

Nhưng lực $\vec{F}$ là lực luôn hướng tâm O nên $(\overrightarrow{M}(O,\ \vec{F})=0$ và $\frac{d}{dt}(\vec{F})=0$ hay $\vec{L}=\overline{const}$.

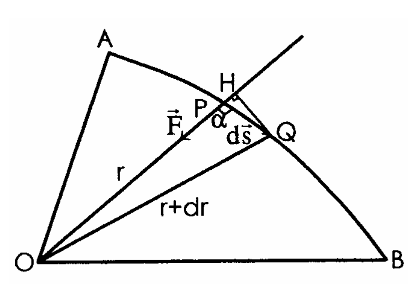


Vậy khi một chất (m) chuyển động trong trường hấp dẫn của một chất điểm (M) thì mômen động lượng của (m) là một đại lượng bảo toàn.

Hệ quả: (m) chuyển động trên một quỹ đạo phẳng, mặt phẳng quỹ đạo của (m) ⊥ vectơ L (có phương không đổi).

5.2.2. Tính chất thế của trường hấp dẫn

Ta hãy tính công của lực hấp dẫn $\vec{F}$ tác dụng lên chất điểm (m) chuyển động trong trường hấp dẫn của chất điểm (M), khi (m) chuyển dời từ một điểm A đến một điểm B trên quỹ đạo của nó. Công của lực $\vec{F}$ trong chuyển dời vi phân $d\vec{s}=\overline{PQ}$ là:



$$dA=\vec{F}.\overline{PQ}=\vec{F}\overline{PQ}\cos\alpha$$

Nếu ta vẽ QH ⊥ OP thì theo hình vẽ ta có: $PQ\cos\alpha=-\overline{PH}$ ($\overline{PH}$ là độ dài đại số với quy ước chiều dương là chiều O → P).

Vậy $dA = -\vec{F}.\overline{PH}$

Nhưng vì $\overline{PQ}$ là một chuyển dời vi phân nên nếu ta đặt $\overline{OP} = r$ thì

$$\overline{OH} \approx \overline{OQ} = r + dr \text{ và } \overline{PH} = \overline{OH} - \overline{OP} = r + dr - r = dr$$

Vậy $dA = -Fdr = -G\dfrac{Mm}{r^2}dr$

Công của lực $\vec{F}$ trong chuyển dời của (m) từ A đến B cho bởi tích phân:

$$A_{AB} = -\int_{r_A}^{r_B} Fdr = \int_{r_A}^{r_B} -G\frac{Mm}{r^2}dr$$

$$A_{AB} = G\frac{Mm}{r_B} - G\frac{Mm}{r_A}$$

Hay $$A_{AB} = \left(-G\frac{Mm}{r_B}\right) - \left(-G\frac{Mm}{r_A}\right) \quad (5.12)$$

công của lực hấp dẫn $\vec{F}$ không phụ thuộc đường dịch chuyển AB mà chỉ thuộc vị trí điểm đầu A và điểm cuối B.

Vậy trường hấp dẫn của chất điểm (M) là một trường lực thế.

Tổng quát, người ta chứng minh được rằng: *trường hấp dẫn Newton là một trường thế.*

Hệ quả: Ta có thể định nghĩa thế năng của chất điểm (m) trong trường hấp dẫn của chất điểm (M). Thế năng của (m) tại vị trí A:

$$W_t(A) = -G\frac{Mm}{r_A} + C$$

Tại vị trí B: $$W_t(B) = -G\frac{Mm}{r_B} + C$$

Thỏa mãn hệ thức $A_{BA} = W_1(A) - W_t(B)$

Tổng quát: thế năng của (m) tại vị trí cách O một khoảng r:

$$W_t(r) = -G\frac{Mm}{r} + C \quad (5.13)$$

C là một hằng số tùy ý chọn, có giá trị bằng thế năng tại vô cùng: $W_t(Q_0) = C$ (5.14)

5.2.3. Bảo toàn cơ năng trong trường hấp dẫn

V trường hấp dẫn là một trường thế nên khi chất điểm (m) chuyển động trong trường hấp dẫn, cơ năng của nó được bảo toàn

$$W = W_d + W_t = \frac{mv^2}{2} + \left(-G\frac{Mm}{r}\right) = \text{const} \quad (5.15)$$

(chọn C = 0)

<u>*Hệ quả:*</u> khi r tăng thế năng tăng thì động năng giảm và ngược lại.

5.3. Chuyển động trong trường hấp dẫn của quả đất

Nếu từ một điểm A nào đó trong trường hấp dẫn của quả đất, ta bắn đi một viên đạn khối lượng m với vận tốc đầu là v_0 thì lý thuyết và thực nghiệm chứng tỏ rằng tùy theo trị số của v_0 có thể xảy ra một trong những trường hợp sau:

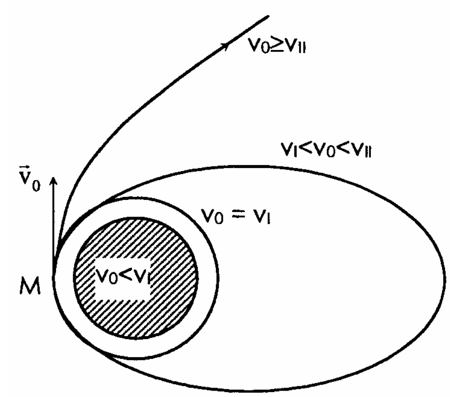
- Viên đạn rơi trở về mặt đất;
- Viên đạn bay vòng quanh quả đất theo một quỹ đạo kín (tròn hay cập);
- Viên đạn bay ngày càng xa quả đất.

Trị số vận tốc ban đầu vo cần thiết để bắn viên đạn bay vòng quanh quả đất theo một quỹ đạo tròn gọi là *vận tốc vũ trụ cấp I.*

Trị số tối thiểu của vận tốc ban đầu vo cần thiết để bắn viên đạn bay ngày càng xa quả đất gọi là *vận tốc vũ trụ cấp II.*

5.3.1. Vận tốc vũ trụ cấp I

Ta tính vận tốc vũ trụ cấp I khi viên đạn chuyển động tròn xung quanh quả đất.



Giả thiết viên đạn bay cách mặt đất không xa lắm để ta có thể coi bán kính quỹ đạo của nó bằng bán kính R của quả đất.

Vận tốc v_1 của viên đạn trong chuyển động tròn có liên hệ với gia tốc hướng tâm (gia tốc trọng trường) bởi:

$$a_0 = g_0 = \frac{v^2}{R}$$

Từ đó suy ra:

$$v_1 = \sqrt{g_0 R} \tag{5.16}$$

Tính cụ thể bằng số ta được: v_1 = 7,9km/s = 8km/s

Nếu bắn với vận tốc ban đầu v_0 < 8km/s, viên bạn sẽ rơi trở về quả đất, nếu bắn với vận tốc ban đầu 8km/s < v_0 < V_{II} thì viên đạn chuyển động xung quanh quả đất theo quỹ đạo hình elip.

5.3.2. Vận tốc vũ trụ cấp II

Giả sử viên đạn xuất phát từ A cách tâm của quả đất một khoảng bằng bán kính quả đất R, với vận tốc ban đầu v_0 và bay ngày càng xa quả đất đến ∞. Định luật bảo toàn cơ năng áp dụng đối với viên đạn cho ta:

$$\frac{mv_0^2}{2}+\left(-G\frac{Mm}{R}\right)=\frac{mv_\infty^2}{2}+\left(-\frac{GMm}{\infty}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{mv_0^2}{2}+\left(-G\frac{Mm}{R}\right)=\frac{mv_\infty^2}{2}+0$$

Vì $$\frac{mv_\infty^2}{2}\geq 0$$

Nên $$\frac{mv_0^2}{2}\geq G\frac{Mm}{R}$$

Hay $$v_0\geq\sqrt{\frac{GM.2}{R}}$$

Nhưng ta lại có: $$\frac{GM}{R^2}=g_0$$

Vậy, $$v_0\geq\sqrt{2g_0R}$$

Giá trị tối thiểu của v_0 chính là vận tốc vũ trụ cấp II:

$$v_{II}=\sqrt{2g_0R} \tag{5.17}$$

Giá trị cụ thể là:

$$v_{II} = 11,2 \text{ km/s}.$$

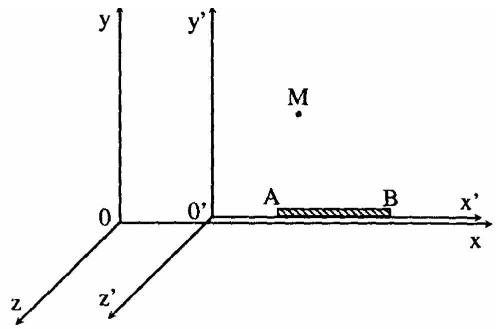
CHƯƠNG 6. THUYẾT TƯƠNG ĐỐI HẸP EINSTEIN

6.1. Không gian và thời gian theo cơ học cổ điển. Nguyên lý Galille

6.1.1. Không gian và thời gian theo cơ học cổ điển

Cơ học cổ điển xây dựng trên cơ sở những quan điểm của Newton về không gian, thời gian và chuyển động.

Để cụ thể chúng ta hãy xét hai hệ tọa độ: một hệ Oxyz đứng yên, một hệ O', x', y', z' chuyển động so với O; để đơn giản ta giả thiết chuyển động của hệ O' thực hiện sao cho O'x' luôn luôn trượt dọc theo Ox; Oy' song song và cùng chiều với Oy, O'z' song song và cùng chiều với Oz (hình 6.1). Với mỗi hệ tọa độ gắn thêm một đồng hồ để chỉ thời gian.



Hình 6.1. Biến đổi Galille.

Ta hãy xét một điểm M bất kỳ: tại thời điểm t chỉ bởi đồng hồ của hệ O, M có tọa độ trong hệ O là x, y, z; các tọa độ thời gian và không gian tưởng ứng của M trong hệ O' là t', x', y', z'. Theo các quan điểm của Newton:

- Thời gian chỉ bởi các đồng hồ trong hai hệ O và O' là như nhau: t = t' (6.1) Nói cách khác: *thời gian có tính tuyệt đối không phụ thuộc hệ quy chiếu.*

- Vị trí của M trong không gian được xác định tùy theo hệ quy chiếu: cụ thể là các tọa độ không gian của M phụ thuộc hệ quy chiếu; ta có:

$$x = x' + \overline{OO'}, \quad y = y', \quad z = z' \qquad (6.2)$$

Như vậy: vị trí không gian có tính chất tương đối phụ thuộc hệ quy chiếu. Do đó: *chuyển động có tính tương đối, phụ thuộc hệ quy chiếu.*

- Khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ trong không gian là một đại lượng không phụ thuộc hệ quy chiếu. Giả thiết có một cái thước AB đặt dọc theo trục Ox gắn liền với hệ O'. Chiều dài cuar thước đo trong hệ O' cho bởi:

$$l_0 = x_b - x_{\wedge}$$

Chiều dài của thước đo trong hệ O cho bởi:

$$l = x_b - x_{\wedge}$$

Nhưng theo (6.2), ta có:

$$x_A = \overline{OO'} + x_{\wedge}$$
$$x_B = \overline{OO'} + x_{\wedge}$$

Do đó:

$$x_B - x_A = x_B - x_A \text{ hay } l = l_0$$

Nói cách khác, *khoảng không gian có tính tuyệt đối, không phụ thuộc hệ quy chiếu.*

Xét trường hợp riêng: chuyển động của hệ O' là chuyển động thẳng đều. Nếu tại t = 0, O' trùng với O, thì:

$$\overline{OO'} = vt$$

v là vận tốc chuyển động của hệ O'. Theo (6.1) và (6.2) ta có:

$$x = x' + vt',\ y = y',\ z = z',\ t = t' \qquad (6.3)$$

Và ngược lại

$$x' = x - vt',\ y' = y,\ z' = z,\ t' = t \qquad (6.4)$$

Các công thức (6.3) và (6.4) gọi là các *phép biến đổi Galille:* chúng cho ta cách chuyển các tọa độ trong không gian, thời gian từ hệ quy chiếu O' sang hệ quy chiếu O và ngược lại.

6.1.2. Tổng hợp vận tốc và gia tốc

Vì chuyển động có tính chất tương đối, nên vận tốc và gia tốc chuyển động của một chất điểm phụ thuộc hệ quy chiếu. Chúng ta hãy tìm những công thức liên hệ vận tốc, gia tốc của một chất điểm M đối với hai hệ tọa độ Oxyz và O'x'y'z' khác nhau. Giả thiết hệ O'x'y'z' chuyển động tịnh tiến đối với hệ Oxyz sao cho ta luôn luôn có:

$$O'x' \uparrow\uparrow Ox; \quad O'y' \uparrow\uparrow Oy; \quad O'z' \uparrow\uparrow Oz$$

Đặt $\overline{OM} = \vec{r},\ \overline{OM'} = \vec{r}'$

theo hình (6.1) ta có:

$$\overline{OM} = \overline{OO'} + \overline{OM'}$$

Hay $\vec{r} = \vec{r}' + \overline{OO'} \qquad (6.5)$

Đạo hàm hai vế của (6.5) theo thời gian t, ta được:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \frac{d\left(\overline{OO'}\right)}{dt} \qquad (6.6)$$

Mà: $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ = vectơ vận tốc của M đối với hệ O;

$\frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt'} = \vec{v}'$ = vectơ vận tốc của M đối với hệ O';

$\frac{d\left(\overline{OO'}\right)}{dt} = \vec{V}$ = vectơ vận tốc tịnh tiến của hệ O' đối với hệ O.

Như vậy, biểu thức (6.6) trở thành:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V} \qquad (6.7)$$

Vectơ vận tốc của một chất điểm đối với một hệ quy chiếu O bằng tổng hợp vectơ vận tốc của chất điểm đó đối với hệ quy chiếu O ' chuyển động tịnh tiến đối với hệ quy chiếu O và vectơ vận tốc tịnh tiến của hệ quy chiếu O ' đối với hệ quy hiếu O.

Lấy đạo hàm hai vế của biểu thức (6.7) theo thời gian t ta được:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d\vec{V}}{dt}$$

Hay $$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A} \qquad (6.8)$$

Trong đó: $\vec{a}$ là gia tốc của M đối với hệ O;

$\vec{a}'$ là gia tốc của M đối với hệ O' ;

$\vec{A}$ là gia tốc tịnh tiến của hệ O' đối với hệ O.

Vậy: *Vectơ gia tốc của một chất điểm đối với một hệ quy chiếu O bằng tổng hợp vectơ gia tốc của chất điểm đó đối với hệ quy chiếu O ' chuyển động tịnh tiến đối với hệ quy chiếu O và vectơ gia tốc tịnh tiến của hệ quy chiếu O ' đối với hệ quy chiếu O.*

Hai công thức (6.7) và (6.8) gọi là công thức tổng hợp vận tốc và gia tốc.

6.1.3. Nguyên lý tương đối Galillê

Trong mục này chúng ta hãy xét chuyển động của một hệ chất điểm trong hai hệ quy chiếu khác nhau: hệ Oxyz quy ước là đứng yên, hệ O'x'y'z' chuyển động tịnh tiến đối với hệ Oxyz. Ta giả thiết rằng hệ O là một hệ quán tính, trong đó các định luật Newton được nghiệm đúng. Như vậy, phương trình chuyển động của chất điểm trong hệ O cho bởi định luật Newton là:

$$m\vec{a} = \vec{F} \qquad (6.9)$$

$\vec{a}$ là gia tốc chuyển động của chất điểm đối với hệ O, $\vec{F}$ là tổng hợp lực tác dụng lên chất điểm.

Gọi $\vec{a}'$ là gia tốc chuyển động của chất điểm đối với hệ O', theo (6.8) ta có: $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}$.

Trong đó $\vec{A}$ là gia tốc chuyển động của hệ O' đối với hệ O.

Nếu hệ O' chuyển động thẳng đều đối với hệ O thì $\vec{A} = 0$ và

$$\vec{a} = \vec{a}' \qquad (6.10)$$

vậy, (6.9) có thể viết thành:

$$m\vec{a}' = f \qquad (6.11)$$

Đó là phương trình chuyển động của chất điểm trong hệ O', phương trình này cùng một dạng như (6.9). Nói cách khác định luật Newton cũng thỏa mãn trong hệ O, kết quả hệ O' cũng là một quy chiếu quán tính. Ta có thể phát biểu như sau: *Mọi hệ quy chiếu chuyển động thẳng đều đối với một hệ quy chiếu quán tính cũng là một hệ quy chiếu quán tính;* hay là: *Các định luật Newton được nghiệm đúng trong hệ quy chiếu chuyển động thẳng đều đối với hệ quy chiếu quán tính.* Điều đó có nghĩa là: *Các phương trình động lực học trong các hệ quy chiếu quán tính có dạng giống nhau.*

Đó là những cách phát biểu khác nhau của nguyên lý tương đối Galille. Vì các phương trình động lực học là cơ sở để mô tả và khảo sát các hiện tượng cơ học nên ta cũng có thể phát biểu:

Các hiện tượng, các quá trình cơ học trong các hệ quy chiếu quán tính khác nhau đều xảy ra giống nhau.

Do đó nếu có người quan sát và thí nghiệm các hiện tượng, các quá trình cơ học trong một hệ quy chiếu quán tính nào đó thì người đó sẽ không thể phát hiện được hệ quy chiếu đó đứng yên hay chuyển động thẳng đều, vì trong cả hai trường hợp những kết quả thu được như nhau.

Nguyên lý Galille và phép biến đổi Galillê:

Chúng ta biết rằng phép biến đổi Galille (6.3) và (6.4) thực hiện sự chuyển các tọa độ không gian thời gian từ hệ quy chiếu O sang hệ quy chiếu O' chuyển động thẳng đều đối với O. Bây giờ chúng ta hãy xét sự liên hệ giữa phép biến đổi Galille và nguyên lý tương đối Galille.

Theo nguyên lý Galille, định luật Newton trong hệ O' được biểu diễn bằng phương trình:

$$m\vec{a}' = \vec{F}$$

Hay, nếu chiếu lên ba trục O'x', Oy', O'z' ta được:

$$ma_x = F_x\ ;\ ma_y = F_y\ ;\ ma_z = F_z\ .$$

Hay, theo các hệ thức trong chương động học:

$$m\frac{d^2x'}{dt'^2} = F_x;\ m\frac{d^2y'}{dt'^2} = F_y;\ m\frac{d^2z'}{dt'^2} = F_z$$

Những phương trình này có cùng dạng như những phương trình biểu diễn định luật Newton trong hệ quy chiếu quán tính O:

$$ma_x = F$$

nhưng ta nhận thấy hệ các phương trình (6.9) có thể suy ra (6.11) qua phép biến đổi Galille (6.3) và (6.4).

Vậy phương trình biểu diễn định luật Newton giữ nguyên dạng qua phép biến đổi Galille.

Nói cách khác: *các phương trình cơ bản bất biến đối với phép biến đổi Galille.*

Phát biểu này tương đương với nguyên lý Galille. Quả vậy, nếu hệ O là hệ quán tính thì hệ O' chuyển động thẳng đều đối với hệ O, cũng là hệ quán tính. Như vậy, phép biến đổi Galille thực hiện sự chuyển các tọa độ không gian thời gian từ hệ quán tính này sang hệ quán tính khác. Kết quả qua phép biến đổi Galille, các phương trình biểu diễn định luật Newton giữ nguyên dạng khi chuyển từ hệ quán tính này sang hệ quán tính khác. Đó chính là nội dung của nguyên lý tương đối Galille.

6.1.4. Lực quán tính

Bây giờ ta hãy xét các định luật động lực học trong một hệ quy chiếu O_1 tịnh tiến có gia tốc $\vec{A}$ đối với hệ quy chiếu quán tính O. Gọi $\vec{a}_1'$ là gia tốc chuyển động của chất điểm đối với hệ O_1 thì:

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{A}$$

nhân hai vế với m:

$$m\vec{a} = m\vec{a}_1 + \vec{A}$$

Vì O là hệ quán tính nên trong đó định luật Newton nghiệm đúng

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

Do đó: $$\vec{F} = m\vec{a}_1 + m\vec{A}$$

Hay $$m\vec{a}_1 = F + (-m\vec{A}) \tag{6.12}$$

Ta thấy phương trình này không cùng dạng như (6.9), nói cách khác: khi khảo sát chuyển động chất điểm trong một hệ O_1 tịnh tiến có gia tốc đối với hệ quán tính O, ngoài các lực tác dụng lên chất điểm phải kể thêm lực:

$$\vec{F}_{qt} = -m\vec{A}.$$

Lực $\vec{F}_{qt} = -m\vec{A}$ gọi là *lực quán tính.* Hệ quy chiếu O_1 gọi là *hệ không quán tính.* Phương trình động lực của chất điểm trong hệ O_1 được viết là:

$$m\vec{a}_1 = \vec{F} + \vec{F}_{qt}$$

Như vậy, lực quán tính là một lực ảo chỉ quan sát được trong hệ quy chiếu không quán tính. Lực quán tính luôn luôn *cùng phương và ngược chiều với gia tốc chuyển động của hệ quy chiếu không quán tính.*

Nhờ khái niệm lực quán tính ta có thể giải thích nhiều hiện tượng trong thực tế, chẳng hạn như giải thích hiện tượng tăng trọng lượng trong con tàu vũ trụ lúc xuất phát.

6.2. Những tiên đề của thuyết tương đối hẹp Einstein

Để xây dựng nên thuyết tương đối của mình, năm 1905 Einstein đã đưa ra hai nguyên lý sau:

6.2.1. Nguyên lý tương đối

Mọi định luật Vật lý đều như nhau trong các hệ quy chiếu quán tính.

6.2.2. Nguyên lý về sự bất biến của vận tốc ánh sáng

Vận tốc ánh sáng trong chân không đều bằng nhau đối với mọi hệ quán *tính.*

Nó có giá trị bằng c = 3. 10^8 m/s và là giá trị vận tốc cực đại trong tự nhiên.

Ở đây cần phân biệt với nguyên lý tương đối Galille trong cơ học cổ điển.

Theo nguyên lý này chỉ các định luật cơ học là bất biến khi chuyển từ một hệ quán tính này sang một hệ quán tính khác. Điều đó có nghĩa là phương trình mô tả một định luật cơ học nào đó, biểu diễn qua tọa độ và thời gian, sẽ giữ nguyên dạng trong tất cả các hệ quán tính. Như vậy, nguyên lý tương đối Einstein đã mở rộng nguyên lý Galille từ các hiện tượng cơ học sang các hiện tượng Vật lý nói chung.

Trong cơ học cổ điển Newton, tương tác được mô tả dựa vào thế năng tương tác Đó là một hàm của các tọa độ những hạt tương tác. Từ đó suy ra các lực tương tác giữa một chất điểm nào đó với các chất điểm còn lại, tại mỗi thời điểm, chỉ phụ thuộc vào vị trí của các chất điểm tại cùng thời điểm đó. Sự tương tác sẽ ảnh hưởng ngay tức thời đến các chất điểm khác tại cùng thời điểm. Như vậy, tương tác được truyền đi tức thời. Nếu chia khoảng cách giữa hai chất điểm cho thời gian truyền tương tác Δt ($\Delta t = 0$), vì là truyền tức thời) ta sẽ thu được vận tốc truyền tương tác. Từ đó suy ra rằng trong cơ học cổ điển vận tốc truyền tương tác lớn vô hạn.

Tuy nhiên, thực nghiệm đã chứng tỏ, trong tự nhiên không tồn tại những tương tác tức thời. Nếu tại một chất điểm nào đó của hệ chất điểm có xảy ra một sự thay đổi nào đó, thì sự thay đổi này chỉ ảnh hưởng tới một chất điểm khác của hệ sau một khoảng thời gian ít nào đó ($\Delta t > 0$). Như vậy, vận tốc truyền tương tác có giá trị hữu hạn. Theo thuyết tương đối của Einstein vận tốc truyền tương tác là như nhau trong tất cả các hệ quán tính. Nó là một hằng số phổ biến. Thực nghiệm chứng tỏ vận tốc không đổi này là cực đại và bằng vận tốc truyền ánh sáng trong chân không ($c = 3.10^8$m/s). Trong thực tế hàng ngày chúng ta thường gặp các vận tốc rất nhỏ so với vận tốc ánh sáng ($v << c$) do đó trong cơ học cổ điển ta có thể coi vận tốc truyền tương tác là vô hạn mà vẫn thu được những kết quả đủ chính xác. Như vậy, về mặt hình thức có thể chuyển từ thuyết tương đối Einstein sang cơ học cổ điển bằng cách cho $c \to \infty$ ở trong các công thức của cơ học tương đối tính.

6.3. Phép biến đổi Lorentz

6.3.1. Sự mâu thuẫn của phép biến đổi Galille với thuyết tương đối Einstein

Theo các phép biến đổi Galille, thời gian diễn biến của một quá trình Vật lý trong các hệ quy chiếu quán tính K và K' đều như nhau.

Khoảng cách giữa hai điểm 1 và 2 nào đó trong các hệ K và K' đều bằng nhau

$$\Delta l = x_2 - x_1 = \Delta l' = x_2 - x_1$$

(các đại lượng có dấu phảy đều được xét trong hệ K').

Vận tốc tuyệt đối v của chất điểm bằng tổng vectơ các vận tốc tương đối v' và vận tốc theo V của hệ quán tính K' đối với K

$$v = v' + V$$

Tất cả các kết quả đó đều đúng đối với các chuyển động chậm ($v << c$). Nhưng rõ ràng là chúng mâu thuẫn với các tiên đề của thuyết tương đối Einstein. Thực vậy, theo thuyết tương đối, thời gian không có tính chất tuyệt đối, khoảng thời gian diễn biến của một quá trình Vật lý phụ thuộc vào các hệ quy chiếu. Đặc biệt các hiện tượng xảy ra đồng thời ở trong hệ quán tính này sẽ không xảy ra đồng thời ở trong hệ quy chiếu quán tính khác.

6.3.2. Phép biến đổi Lorentz

Qua trên ta nhận thấy, phép biến đổi Galille không thỏa mãn các yêu cầu của thuyết tương đối Einstein. Lorentz đã tìm ra phép biến đổi các tọa độ không gian và thời gian khi chuyển từ hệ quy chiếu quán tính này sang hệ quy chiếu quán tính khác thỏa mãn các yêu cầu của thuyết tương đối, và được gọi là phép biến đổi Lorentz.

Xét hai hệ quy chiếu quán tính K và K' như trên. Giả sử lúc đầu hai gốc O và O' của hai hệ trùng nhau, hệ K' chuyển động so với hệ K với vận tốc V theo phương x. Gọi xyzt và x'y'z't' là các tọa độ không gian và thời gian lần lượt xét trong các hệ K và K '. Vì theo thuyết tương đối thời gian không có tính chất tuyệt đối mà trái lại phụ thuộc vào hệ quy chiếu nên thời gian trôi đi trong hai hệ sẽ khác nhau, nghĩa là:

$$t \# t'$$

Giả sử tọa độ xe liên hệ với x và t theo phương trình:

$$x' = f(xt) \qquad (6.14)$$

Để tìm dạng của phương trình f (x,t) chúng ta viết phương trình chuyển động của các gốc tọa độ O và O' ở trong hai hệ K và K'. Đối với hệ K, gốc O' chuyển động với vận tốc V. Ta có:

$$x - Vt = 0 \qquad (6.15)$$

trong đó x là tọa độ của gốc O' xét với hệ K. Còn đối với hệ K' gốc O' là đứng yên. Tọa độ xe của nó trong hệ K' bao giờ cũng bằng không. Ta có: $x' = 0$.

Muốn cho phương trình (6.14) áp dụng đúng cho hệ K', nghĩa là khi thay $x' = 0$ vào (6.14) ta phải thu được (6.15), thì f (x,t) chỉ có thể khác (x - Vt) một số nhân α nào đó:

$$x' = \alpha(x - Vt) \qquad (6.16)$$

Đối với hệ K' gốc O chuyển động với vận tốc - V. Nhưng đối với hệ K gốc O là đứng yên. Lập luận tương tự như trên ta có:

$$x = \beta(x' + Vt') \qquad (6.17)$$

trong đó β là hệ số nhân.

Theo tiên đề thứ nhất của Einstein mọi hệ quán tính đều tương đương nhau, nghĩa là từ (6.16) có thể suy ra (6.17) và ngược lại bằng cách thay thế $V \to -V$, $x' \leftrightarrow x$, $t \leftrightarrow t$ Ta rút ra được: $\alpha = \beta$.

Theo tiên đề thứ hai, ta có trong hệ K và K': nếu $x = ct$ thì $x' = ct'$, thay các biểu thức này vào trong (7.16) và (7.17) ta thu được:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad (6.18)$$

Như vậy, ta có :

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}, \qquad x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Và

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Vì hệ K' chuyển động dọc theo trục x nên rõ ràng là y = y' và z = z'. Tóm lại, ta thu được công thức biến đổi Lorentz như sau:

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}\ ;\ y' = y\ ;\ z' = z\ ;\ t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \quad (6.19)$$

Cho phép biến đổi tọa và thời gian từ hệ K sang hệ K' và

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}\ ;\ y = y'\ ;\ z = z'\ ;\ t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \quad (6.20)$$

Cho phép biến đổi tọa độ và thời gian từ hệ K' sang hệ K. Các công thức (6.19), (6.20) được gọi là phép biến đổi Lorentz. Qua đó ta thấy được mối liên hệ mật thiết giữa không gian và thời gian.

Từ các kết quả trên ta nhận thấy rằng khi $c \to \infty$ hay khi $\frac{V}{c} \to 0$ thì các công thức (6.19) và (6.20) sẽ chuyển thành:

x' = x - Vt ; y' = y ; z' = z ; t' = t ;

x = x' + Vt'; y = y', z = z', t = t'

nghĩa là chuyển thành các công thức của phép biến đổi Galille. Điều kiện $c \to \infty$ tương ứng với quan niệm tương tác tức thời, điều kiện thứ hai $\frac{V}{c} \to 0$ tương ứng với sự gần đúng cổ điển.

Khi V > c, trong các công thức trên các tọa độ x, t trở nên ảo, điều đó chứng tỏ không thể có các chuyển động với vận tốc lớn hơn vận tốc ánh sáng c. Cũng không thê dùng hệ quy chiếu chuyển động với vận tốc bằng vận tốc ánh sáng, vì khi đó mẫu số trong các công thức (6.19), (6.20) sẽ bằng không.

6.4. Các hệ quả của phép biến đổi Lorentz

6.4.1. Khái niệm về tính đồng thời và quan hệ nhân quả

Giả sử rằng ở trung hệ quán tính K có hai hiện tượng (hoặc còn gọi là biến cố) ; hiện tượng A_1 $(x_1y_1z_1t_1)$ và hiện tượng A_2 $(x_2y_2z_2t_2)$ với x_2 # x_1 chúng ta hãy tìm khoảng thời gian $t_2 - t_1$ giữa hai hiện tượng đó trong hệ K', chuyển động với vận tốc V dọc theo trục x. Từ các công thức biến đổi Lorentz ta thu được:

$$t_2' - t_1' = \frac{t_2 - t_1 - \frac{V}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (6.21)$$

Từ đó suy ra rằng các hiện tượng xảy ra đồng thời ở trong hệ K ($t_2 = t_1$) sẽ không đồng thời ở hệ K' và $t_2 - t_1$ # 0. Chỉ có một trường hợp ngoại lệ là khi cả hai biến cố xảy ra đồng thời tại những điểm có cùng giá trị của x (tọa độ y có thể khác nhau).

Như vậy, khái niệm đồng thời chỉ là một khái niệm tương đối, hai biến cố có thể đồng thời ở trong một hệ quy chiếu này nói chung có thể không đồng thời ở trong một hệ quy chiếu khác.

Biểu thức (6.21) cũng chứng tỏ rằng đối với các biến cố đồng thời trong hệ K, dấu của $t_2 - t_1$ được xác định bởi dấu của biểu thức $(x_2 - x_1)$v. Do đó, trong các hệ quán tính khác nhau (với các giá trị khác nhau của V), hiệu $t_2 - t_1$ sẽ không những khác nhau về độ lớn mà còn khác nhau về dấu. Điều đó có nghĩa là thứ tự của các biến cố A_1 và A_2 có thể bất kì (A_1 có thể xảy ra trước A_2 hoặc ngược lại).

Tuy những điều vừa trình bày ở trên không được xét cho các biến cố có liên hệ nhân quả với nhau. Liên hệ nhân quả là một liên hệ giữa nguyên nhân và kết quả. Nguyên nhân bao giờ cũng xảy ra trước kết quả, quyết định sự ra đời của kết quả. Thứ tự của các biến cố cso quan hệ nhân quả bao giờ cũng được bảo đảm trong mọi hệ quán tính. Nguyên nhân xảy ra trước, kết quả xảy ra sau.

6.4.2. Sự co ngắn Lorentz

Bây giờ dựa vào các công thức (6.19) hoặc (6.20) chúng ta so sánh độ dài của một vật và khoảng thời gian của một quá trình ở trong hai hệ K và K'.

Giả sử có một thanh đứng yên trong hệ K' đặt dọc theo trục x', độ dài của nó trong hệ K' bằng

$$l_0 = x_2 - x_1$$

Gọi l là độ dài của nó đo trong hệ K. Muốn vậy, ta phải xác định vị trí các đầu của thanh trong hệ K tại cùng thời điểm. Từ phép biến đổi Lorentz ta viết được:

$$x_2' = \frac{x_2 - \frac{V}{c^2}t_2}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}; \qquad x_1' = \frac{x_1 - \frac{V}{c^2}t_1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Trừ hai biểu thức trên vế với vế và $t_2 = t_1$ ta được:

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Suy ra:
$$l = l_0\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} \qquad (6.22)$$

Vậy: *Độ dài (dọc theo phương chuyển động) của thanh trong hệ quy chiếu mà thanh chuyển động ngắn hơn độ dài của thanh ở trong hệ mà thanh đứng yên.* Nói một cách khác, khi vật chuyển động, kích thước của nó bị co ngắn theo phương chuyển động.

Như vậy, kích thước của một vật sẽ khác nhau tùy thuộc vào chỗ ta quan sát nó ở trong hệ đứng yên hay chuyển động. Điều đó nói lên tính chất của không gian trong các hệ quy chiếu đã thay đổi. Nói một cách khác, không gian có tính chất tương đối, nó phụ thuộc vào chuyển động. Trường hợp vận tốc của.chuyển động nhỏ ($V << c$), từ công thức (6.22) ta trở lại kết quả trong cơ học cổ điển, ở đây không gian được coi là tuyệt đối, không phụ thuộc vào chuyển động.

Cũng từ các công thức biến đổi Lorentz chúng ta tìm được khoảng thời gian của một quá trình đó trong hai hệ K và K'. Giả sử có một đồng hồ đứng yên trong hệ K'. Ta xét hai biến cố xảy ra tại cùng một điểm A có các tọa độ x'y'z' trong hệ K'. Khoảng thời gian giữa hai biến cố trên trong hệ K' bằng $\Delta t' = t_2 - t_1$ bây giờ chúng ta tìm khoảng thời gian giữa hai biến cố trên ở hệ K. Ta viết được:

$$t_2 = \frac{t_2' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}; \quad t_1 = \frac{t_1' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Từ đó rút ra:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Hay
$$\Delta t' = \Delta t\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} \qquad (6.23)$$

Kết quả này được phát biểu như sau:

Khoảng thời gian Δt' của một quá trình trong hệ K' chuyển động bao giờ cũng nhỏ hơn khoảng thời gian Δt xảy ra của cùng quá trình đó trong hệ K đứng yên. Nếu trong hệ K' chuyển động có gắn một đồng hồ và trong hệ K cũng gắn một đồng hồ, thì *khoảng thời gian của cùng một quá trình xảy ra được ghi trên đồng hồ của hệ K' nhỏ hơn khoảng thời gian ghi trên đồng hồ của hệ K.*

Ta có thể nói: *đồng hồ chuyển động chạy chậm hơn đồng hồ đứng yên.* Như vậy, khoảng thời gian để xảy ra một quá trình sẽ khác nhau tùy thuộc vào chỗ ta quan sát quá trình đó ở trong hệ đứng yên hay chuyển động.

Điều đó nói lên tính chất của khoảng thời gian trong các hệ quán tính đã thay đổi Nó phụ thuộc vào chuyển động. Trường hợp vận tốc của chuyển động rất nhỏ $V \ll c$ từ công thức (6.23) ta có $\Delta t' = \Delta t$, ta trở lại kết quả trong cơ học cổ điển, ở đây khoảng thời gian được coi là tuyệt đối không phụ thuộc vào chuyển động. Nhưng nếu v càng lớn thì $\Delta t'$ càng nhỏ so với Δt.

6.5. Phương trình động lực học tương đối tính của chất điểm

6.5.1. Phương trình cơ bản của chuyển động chất điểm

Theo thuyết tương đối, phương trình biểu diễn định luật Newton thứ hai:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Không thể mô tả chuyển động của chất điểm với vận tốc lớn được. Để mô tả chuyển động, cần phải có phương trình khác tổng quát hơn. Theo thuyết tương đối, phương trình đó có dạng:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \tag{6.24}$$

trong đó khối lượng m của chất điểm bằng:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{6.25}$$

m là khối lượng của chất điểm đó trong hệ mà nó chuyển động với vận tốc v được gọi là *khối lượng tương đối;* m_0 là khối lượng cũng của chất điểm đó do trong hệ mà nó đứng yên ($v = 0$) được gọi là *khối lượng nghỉ.*

Ta thấy rằng theo thuyết tương đối, khối lượng của một vật không còn là một hằng số nữa; nó tăng khi vật chuyển động; giá trị nhỏ nhất của nó ứng với khi vật đứng yên. Cũng có thể nói rằng: khối lượng có tính tương đối; nó phụ thuộc hệ quy chiếu.

Phương trình (6.24) bất biến đối với phép biến đổi Lorentz và trong trường hợp $v \ll c$ nó trở thành phương trình biểu diễn định luật thứ hai của Newton (khi đó $m = m_0 = \text{const}$).

6.5.2. Động lượng và năng lượng

Động lượng của một vật bằng:

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{6.26}$$

Khi v << c ta thu được biểu thức cổ điển: $\vec{p} = \vec{m}_0\vec{v}$. Như vậy, phương trình cơ bản (6.24) có thể viết dưới dạng khác:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Ta hãy tính năng lượng của vật. Theo định luật bảo toàn năng lượng, độ tăng năng lượng của vật bằng công của ngoại lực tác dụng lên vật:

$$dW=dA$$

Để đơn giản, giả sử ngoại lực $\vec{F}$ cùng phương với chuyển dời $\frac{V}{c} \to 0d\vec{s}$. Khi đó:

$$dW = dA = \vec{F}.d\vec{s} = Fds$$

Theo (6.24) ta có:

$$dW=\frac{d}{dt}[\frac{m_0v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}].ds$$

$$dW=[\frac{m_0v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.\frac{dv}{dt}+\frac{m_0v^2}{c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}.\frac{dv}{dt}].ds$$

Nhưng:

$$\frac{dv}{dt}ds = dv.\frac{ds}{dt} = v.dv$$

Do đó:

$$dW=\frac{m_0vdv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}[1+\frac{v^2}{c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}]=\frac{m_0vdv}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}$$

Mặt khác, từ (6.25) ta có:

$$dm=\frac{m_0vdv}{c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}$$

so sánh hai biểu thức trên ta rút ra được:

$$dw = c^2.dm$$

Hay $$W = mc^2 \qquad (6.27)$$

Hệ thức này thường được gọi là hệ thức Einstein.

6.5.3. Các hệ quả

a. Từ hệ thức Einstein ta tìm được năng lượng nghỉ:

là năng lượng lúc vật đứng yên ($m = m_0$):

$$W = m_0c^2$$

Lúc vật chuyển động, vật có thêm động năng W_d

$$W_d = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right) \qquad (6.28)$$

Biểu thức này khác với biểu thức động năng của vật thường gặp trong cơ học cổ điển. Trong trường hợp v << c:

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

Do đó: $W_d \approx m_0c^2\left(1+\frac{1v^2}{2c^2}\right) = \frac{m_0v^2}{2}$ ta lại tìm được biểu thức động năng trong cơ học cổ điển.

b. Khi bình phương biểu thức m_0c_2 ta được:

$$m_0^2c^4 = W^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) = W^2 - \frac{W^2v^2}{c^2}$$

Thay $W = m_0c^2$ vào biểu thức trên ta sẽ được:

$$W^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2 \qquad (6.29)$$

với p = m-v.

Đó là biểu thức liên hệ giữa năng lượng và động lượng của vật.

c. Ta hãy ứng dụng các kết quả trên vào hiện tượng phân rã hạt nhân.

Giả sử một hạt nhân phân rã thành hai hạt thành phần. Theo định luật bảo toàn năng lượng: $W=w_1 +W_2$

Với W là năng lượng của hạt nhân trước khi phân rã, W_l và W_2 là năng lượng của hạt nhân thành phần.

Thay (6.27) vào biểu thức trên ta sẽ được:

$$mc^2 = \frac{m_1c^2}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} + \frac{m_2c^2}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} \qquad (6.30)$$

Trong đó, ta đã xem hạt nhân như không chuyển động trước khi phân rã, còn m, m_1, m_2 là khối lượng nghỉ của các hạt. Vì $\frac{m_1c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} > m_1c^2$ và $\frac{m_1c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} > m_2c^2$

Nên từ (6.30) ta rút ra: $m > m_1 + m_2$, nghĩa là *khối lượng của hạt nhân trước khi tự phân* rã *lớn hơn tổng khối lượng của các hạt nhân thành phần.*

Theo công thức Einstein, phần năng lượng tương ứng với độ hụt năng lượng của khối lượng này bằng:

$$W = \left[m - \left(m_1 + m_2\right)\right]c^2 = \Delta mc^2$$

Phần năng lượng này thường được tỏa ra dưới dạng nhiệt và bức xạ.

PHẦN 2: NHIỆT HỌC

Mở đầu

1. Thuyết cấu tạo phân tử của các chất

Vật chất được cấu tạo bởi các nguyên tử và phân tử. Ngày nay ta biết rằng phân tử gồm nhiều nguyên tử, nguyên tử gồm các điện tử và hạt nhân.

Các hạt nhân lại gồm các proton và neutron.

Các proton và neutron lại được cấu tạo từ các hạt "quack".

Từ thế kỷ IV trước công nguyên Demôcrit đã cho rằng vật chất được cấu tạo từ các nguyên tử và phân tử, ông quan niệm rằng: Các nguyên tử, phân tử của các chất khác nhau có hình dạng kích thước khác nhau nhưng có cùng bản chất. Đến thế kỷ XIIX Lômônôxốp đã phác hoạ: nguyên tử, phân tử là những quả cầu vỏ ngoài sần sùi và luôn chuyển động tịnh tiến, hỗn loạn, khi va chạm vào nhau chúng sinh ra chuyển động quay.

Khi chất khí đựng trong một bình chứa, các phân tử khí va đập không ngẳng lên thành bình. Như vậy, nhiệt độ và nội năng của khí phải liên quan đến động năng của các phân tử khí. Thuyết động học chất khí bắt nguồn từ những luận điểm này.

2. Đối tượng, nhiệm vụ và phương pháp nghiên cứu của Vật lý phân tử và nhiệt học

Thực tế có nhiều hiện tượng liên quan đến các quá trình xảy ra bện trong vật; thí dụ: vật có thể nóng lên do ma sát, có thể nóng chảy hoặc bốc hơi khi bị đốt nóng, Những hiện tượng này liên quan đến một dạng chuyển động mới của vật chất, đó là *chuyển động nhiệt.* Chuyển động nhiệt chính là đối tượng nghiên cứu của nhiệt học.

Để nghiên cứu chuyển động nhiệt người ta dùng hai phương pháp: phương pháp thống kê ứng dụng trong phần vật lý phân tử. Phương pháp nhiệt động được ứng trong phần nhiệt động học.

CHƯƠNG 7. NHỮNG CƠ SỞ CỦA THUYẾT ĐỘNG HỌC PHÂN TỬ KHÍ LÝ TƯỞNG

7.1. Mẫu khí lý tưởng

Từ các thuộc tính cơ bản của phân tử và nguyên tử người ta đã đưa ra mô hình cơ học của chất khí lý tưởng bao gồm các nội dung sau:

- Chất khí là một tập hợp rất nhiều hạt, chúng chuyển động hỗn loạn không ngừng.
- Vận tốc chuyển động trung bình của các phân tử tỷ lệ với $\sqrt{T}$.
- Ở cùng một nhiệt độ (T), động năng trung bình của các hạt là như nhau và bằng $E_d = m_i\ v_i^2\ \ 2$ = const.
- Các phân tử và nguyên tử đều tham gia chuyển động nhiệt.

Đó là mô hình cơ học của chất khí lý tưởng. Chúng tuân theo các định luật cơ bản về chất khí như: Boiler - Mariotte, Gay - Luytsac....

Có thể hiểu chất khí lý tưởng là chất khí hoàn toàn tuân theo các định luật Boiler - Mariotte, Gay - Luytsac. Các phần tử của chúng được coi như một chất điểm và không tương tác với nhau.

7.2. Áp suất chất khí

Áp suất là một đại lượng vật lý có giá trị bằng lực nén vuông góc lên một đơn vị diện tích. Nếu kí hiệu F là lực nén vuông góc lên diện tích ΔS thì áp suất p cho bởi:

$$p = \frac{F}{\Delta S} \qquad (7.1)$$

Trong hệ SI đơn vị áp suất là Newton trên mét vuông (N/m^2), hay pascal (Pa).

Ngoài ra để đo áp suất người ta còn dùng các đơn vị sau:

- atmôtphe (ai) là áp suất bằng 9,80665.104 = 9,81.104 N/m^2

- milimet thủy ngân (mmHg, còn gọi là Toát bằng áp suất tạo bởi trọng lượng cột thủy ngân cao mm.

Để đổi các đơn vị ta dùng hệ thức sau:

$$1\ at = 736mmHg = 9{,}81.10^4 N/m^2$$

Giả sử có một chất khí chứa trong bình kín, nó sẽ tác dụng lên thành bình một áp suất (p) áp suất này do các phân tử khí chuyển động va chạm vào thành bình với vận tốc (v) gây nên. Có thể tính áp suất theo biểu thức sau:

$$p = \frac{1}{3} m.n_0.\overline{v_i^2} \qquad (7.2)$$

Với m là khối lượng của chất khí, n_0 là mật độ phân tử khí, và v_i là vận tốc của các phân tử khí.

7.3. Nhiệt độ

Nhiệt độ là đại lượng vật lý đặc trưng cho mức độ chuyển động hỗn loạn phân tử của các vật.

Để xác định nhiệt độ người ta dùng nhiệt biểu. Nguyên tắc của nhiệt biểu là dựa vào độ biến thiên của một đại lượng nào đó khi đốt nóng hoặc làm lạnh rồi suy ra nhiệt độ tương ứng.

Nhiệt biểu thường dung là nhiệt biểu thủy ngân. Trong nhiệt biểu này nhiệt độ được xác định bởi thể tích một khối thủy ngân nhất định.

Để chia độ một nhiệt biểu thủy ngân người ta nhúng nó vào hơi nước đang sôi ở áp suất 1,033at (bằng áp suất khí quyển ở điều kiện bình thường) và ghi mức thủy ngân là 00. Sau đó nhúng vào nước đá đang tan (cũng ở áp suất 1,033at) và ghi mức thủy ngân là 0. Đem chia đoạn trên thành 100 phần bằng nhau, mỗi độ chia tương ứng với một độ. Như vậy, ta có một thang nhiệt độ gọi là thang nhiệt độ bách phân (hay thang nhiệt độ Celcius). Trong thang này, nhiệt độ được ký hiệu là ^{O}C.

Ngoài thang bách phân, còn dung thang nhiệt độ tuyệt đối (còn gọi là thang nhiệt độ Kelvin); mỗi độ chia của thang tuyệt đối bằng một độ chia của thang bách phân nhưng độ không của thang tuyệt đối ứng với -273,16 của thang bách phân. Trong thang này, đơn vị nhiệt độ là Kelvin, kí hiệu là K.

Gọi T là nhiệt độ trong thang tuyệt đối, t là nhiệt độ trong thang bách phân, ta có công thức:

$$T = t + 273,16$$

Trong các tính toán đơn giản ta thường lấy:

7.4. Các định luật thực nghiệm về khí lý tưởng

7.4.1. Một số khái niệm

- Hệ nhiệt động là một hệ vật lý bao gồm một số các hạt lớn các hạt nguyên tử 2 phân tử. Các hạt này luôn chuyển động hỗn loạn và trao đổi năng lượng cho nhau khi tương tác. Khối khí có thể coi là hệ nhiệt động đơn giản nhất.

Mọi hệ đều có thể chia thành hệ cô lập và không cô lập.

Thông số trạng thái

Trạng thái của hệ hoàn toàn xác định được nếu ta xác định được các tính chất vật lý của hệ. Nhưng mỗi tính chất đó đặc trưng bởi đại lượng vật lý như nhiệt độ T, khối lượng m, thể tích V... => Như vậy trạng thái của hệ được xác định bởi tập hợp các đại lượng vật lý. Các đại lượng này gọi là thông số trạng thái của hệ.

Phương trình biểu mối liên hệ giữa các thông số độc lập và thông số phụ thuộc gọi là phương trình trạng thái của hệ.

Ví dụ: trạng thái của khối khí được xác định bởi $f(P,V,T) = 0$.

7.4.2. Các định luật thực nghiệm về khí lý tưởng

Nghiên cứu tính chất của các chất khí bằng thực nghiệm, người ta đã tìm ra các định luật nêu lên sự liên hệ giữa hai trong ba thông số áp suất, thể tích và nhiệt độ. Cụ thể người ta xét các quá trình biến đổi trạng thái của một khối khí trong đó một thông số có giá trị được giữ không đổi, đó là các quá trình:

- Đẳng nhiệt: nhiệt độ không đổi;
- Đẳng tích: thể tích không đổi;
- Đẳng áp: áp suất không đổi.

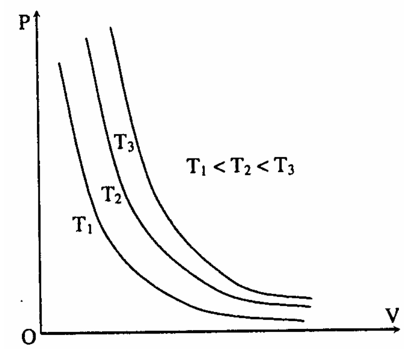
a. Định luật Boiler - Mariotte

Boiler và Mariotte nghiên cứu quá trình đẳng nhiệt của các chất khí, đã tìm ra những định luật như sau:

Trong quá trình đẳng nhiệt của khối khí, thể tích tỷ lệ nghịch với áp suất hay thể tích của V và P của khối khí là không đổi.

$$P.V = const$$

Trên đồ thị PV đường đẳng nhiệt là những đường Hypecbol, nhiệt độ càng cao thì các đường này càng xa mốc.



Hình 7.1. Họ đường đẳng nhiệt.

b. Các định luật Gay - Luytsac

Gay-Luytsac nghiên cứu quá trình đẳng áp và đẳng tích và tìm ra các quy luật:

* Trong quá trình đẳng tích của một khối khí, áp suất tỷ lệ với nhiệt độ tuyệt đối

$$P/T = const$$

* Trong quá trình đẳng áp của một khối khí, thể tích tỷ lệ với nhiệt độ tuyệt đối

$$V/T = const$$

Các định luật Boiler-Mariot và Gay-luytxac chỉ đúng khi chất khí ở nhiệt độ và áp suất thông thường của phòng thí nghiệm. Khi áp suất khối khí quá lớn hay nhiệt độ của khối khí quá thấp thì các chất khí không tuân theo các định luật đó nữa.

7.5. Phương trình trạng thái của khí lý tưởng

7.5.1. Phương trình trạng thái của khí lý tưởng

Ở áp suất lớn và giới hạn rộng của nhiệt độ, các chất khí hoàn toàn không tuân theo định luật Boiler-Mariotte và Gay-luytsac. Tuy nhiên, khi P không quá lớn và T không quá thấp thì các quá trình tuân theo khá đúng 2 định luật đó. Hay nói cách khác khí lý tưởng hoàn toàn tuân theo các định luật Boiler-Marione và Gay- Luytsac.

Các định luật thực nghiệm trên đây đã cho mối liên hệ giữa 2 thông số. Dựa vào các định luật đó, ta có thể tìm mối liên hệ của 3 thông số: P, V, T, nghĩa là tìm được phương trình trạng thái của khí lý tưởng.

Đối với 1 kilomol khí Claperon và Mendêleep đã tìm ra phương trình sau:

$$P.V = R.T \qquad (7.3)$$

Trong đó P, V, T là áp suất, thể tích và nhiệt độ của kilomol khí ở trạng thái bất kỳ. R gọi là hằng số khí lý tưởng.

Đối với một khối khí có khối lượng m, nếu v là thể tích của nó thì: $V = \frac{\mu}{M}v$ (μ là khối lượng phân tử).

Từ (7.3) sẽ suy ra được:

$$pv = \frac{m}{\mu}RT \qquad (7.4)$$

Phương trình (7.4) được gọi là phương trình trạng thái của khí lý tưởng.

7.5.2. Giá trị của hằng số khí R

Theo định luật Avôgađro, ở T và P giống nhau, 1 kilômol các chất khí khác nhau đều chiếm cùng một thể tích. Khi T_0 = 273,16 K, P_0 = 1,033at = 1,013.106 N/m^2 thì 1 kilômol khí chiếm thể tích là V_0 = 22,41 m^3. Trạng thái này chung cho mọi chất khí gọi là trạng thái tiêu chuẩn.

Với trạng thái tiêu chuẩn này ta có:

$$\frac{p_oV_o}{T_o} = R = \frac{1,043.10^5 N/m \times 22,41.10^{-3} m^3/kmol}{273,16K}$$

MỤC LỤC